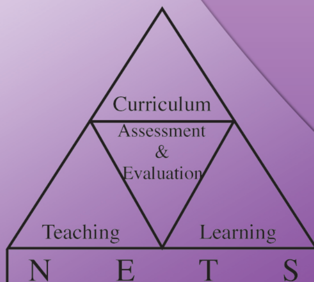


අ.පො.ස (උ.පෙළ) විභාගය - 2015

ඇගයීම් වාර්තාව

10 - සංයුක්ත ගණිතය

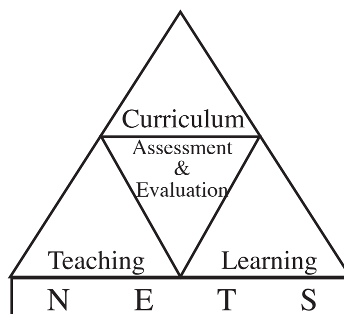


පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව,
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව,
ජාතික ඇගයීම් හා පරීක්ෂණ සේවාව.

අ.පො.ස.(උ.පෙළ) විභාගය - 2015

ඇගයීම් වාර්තාව

10 - සංයුක්ත ගණිතය



පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව
ජාතික ඇගයීම් හා පරීක්ෂණ සේවාව,
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව.

සංයුක්ත ගණිතය

ඇගයීම් වාර්තාව - අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2015

මූල්‍ය අනුග්‍රහය

අනාගත දැනුම් කේන්ද්‍රීය පදනම ලෙස පාසල් පද්ධතිය ප්‍රතිනිර්මාණය කිරීමේ ව්‍යාපෘතිය (TSEP-WB) මගිනි.

හැඳින්වීම

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර උසස් පෙළ විභාගය, ශ්‍රී ලංකාවේ ජ්‍යෙෂ්ඨ ද්විතීයික අධ්‍යාපනයේ අවසාන සහතිකකරණ විභාගයයි. ජ්‍යෙෂ්ඨ ද්විතීයික අධ්‍යාපනය අවසානයේ සිසුන්ගේ සාධන මට්ටම සහතික කිරීම මෙම විභාගයේ ප්‍රධාන අරමුණ වුව ද ජාතික විශ්වවිද්‍යාලවලට, වෙනත් උසස් අධ්‍යාපන හා වෘත්තීය පුහුණු ආයතනවලට මෙන් ම ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨවලට සුදුස්සන් තෝරා ගැනීම ද මෙම විභාගයේ ප්‍රතිඵල මත සිදු කෙරෙන බැවින් සාධන පරීක්ෂණයක් වශයෙන් මෙන්ම තේරීමේ පරීක්ෂණයක් වශයෙන් ද අ.පො.ස.(උ.පෙළ) විභාගය, ඉතා වැදගත් තත්ත්වයක් උසුලයි. එමෙන්ම තෘතීයික මට්ටමේ රැකියා සඳහා ද ප්‍රවේශ සුදුසුකම් සහතික කෙරෙන විභාග යක් වශයෙන් මෙය පිළිගැනේ. 2015 වර්ෂයේ දී මෙම විභාගය සඳහා නව නිර්දේශය යටතේ 210340ක් පාසල් අයදුම්කරුවෝ ද 44851ක් පෞද්ගලික අයදුම්කරුවෝ ද පෙනී සිටියහ.

මෙම විභාගයෙන් උසස් සාධන මට්ටමක් ලබා ගැනීම සඳහා සිසුහු ද ඔවුන්ගේ එම අපේක්ෂා සපුරාලීම සඳහා ගුරුවරු හා දෙමව්පියෝ ද දැඩි වෙහෙසක් දරති. මෙම ඇගයීම් වාර්තාව සකස්කර ඇත්තේ ඔවුන්ගේ එම අපේක්ෂා ඉටුකරගැනීම පිණිස ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුවේ සහාය දීමක් වශයෙනි. මෙම ඇගයීම් වාර්තාවේ ඇතුළත් තොරතුරු විභාග අපේක්ෂකයින්ට, ගුරු භවතුන්ට, විදුහල්පතිවරුන්ට, ගුරු උපදේශක මහත්ම මහත්මීන්ට, විෂයභාර අධ්‍යක්ෂවරුන්ට, දෙගුරුන්ට හා අධ්‍යාපන පර්යේෂකයින්ට එක සේ ප්‍රයෝජනවත් වනු නොඅනුමාන ය. එබැවින් මෙම වාර්තාව වැඩි පිරිසකගේ පරිශීලනය සඳහා යොමු කිරීම වඩාත් සුදුසු වේ.

මෙම ඇගයීම් වාර්තාව, I, II හා III යනුවෙන් කොටස් තුනකින් සමන්විත වේ.

අ.පො.ස.(උ.පෙළ) සංයුක්ත ගණිතය විෂයයෙහි විෂයය අභිමතාර්ථ හා විෂයය සාධනය පිළිබඳ තොරතුරු මෙම වාර්තාවේ I කොටසෙහි අඩංගු වේ. ඒ යටතේ විෂයය සඳහා පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව, ඔවුන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය, දිස්ත්‍රික් මට්ටමින් පාසල් අයදුම්කරුවන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය, පන්ති ප්‍රාන්තර අනුව ලකුණු ව්‍යාප්තිය යන විෂයය සාධනය පිළිබඳ සංඛ්‍යානමය තොරතුරු ද සංයුක්ත ගණිතය විෂයයේ I හා II පත්‍රවල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය, එම ප්‍රශ්නවලට හා එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය සවිස්තරාත්මකව දැක්වෙන විෂයය සාධනය පිළිබඳ විශ්ලේෂණයක් ද අන්තර්ගත වේ. අ.පො.ස.(උ.පෙළ) 2015 විභාගයේ සංයුක්ත ගණිතය විෂයයෙහි I හා II ප්‍රශ්න පත්‍රවල ප්‍රශ්න හා එම ප්‍රශ්නවලට අයදුම්කරුවන් පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු මෙම වාර්තාවේ II කොටසෙහි අඩංගු වෙයි. ඒ යටතේ I හා II ප්‍රශ්න පත්‍රවල ප්‍රශ්න සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා සංවර්ධනාත්මක යෝජනා අන්තර්ගත වේ.

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුවේ පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව මගින් උත්තර පත්‍ර ඇගයීමේ නිරත වූ ප්‍රධාන, අතිරේක ප්‍රධාන හා සහකාර පරීක්ෂකවරුන් විසින් ඉදිරිපත් කරනු ලබන තොරතුරු, නිරීක්ෂණ, අදහස් හා යෝජනා ද සම්භාව්‍ය පරීක්ෂණ න්‍යාය (Classical Test Theory) හා අයිතම ප්‍රතිචාර න්‍යාය (Item Response Theory) යොදාගනිමින් අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිචාර විශ්ලේෂණය මගින් ලබාගත් තොරතුරු ද මෙම ඇගයීම් වාර්තාව සකස් කිරීම සඳහා පදනම් කරගෙන ඇත.

ප්‍රශ්න පත්‍රවල එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමේ දී අපේක්ෂකයන් සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු ද ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් කාර්යය පිළිබඳ අදහස් හා යෝජනා ද මෙම වාර්තාවෙහි III කොටසෙහි ඇතුළත් කර ඇත. විවිධ නිපුණතා හා එම නිපුණතා මට්ටම්වලට ළඟාවීම සඳහා ඉගෙනුම් හා ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සංවිධානය කරගත යුතු ආකාරය පිළිබඳ ව මෙයින් මහත් පිටුවහලක් ලැබෙනු ඇතැයි සිතමි.

ඉදිරියේ දී සම්පාදනය කරනු ලබන ඇගයීම් වාර්තාවල ගුණාත්මක වර්ධනයක් ඇති කිරීම සඳහා එලදායී අදහස් හා යෝජනා අප වෙත යොමුකරන ලෙස කාරුණික ව ඉල්ලමි.

මෙම වාර්තාව සැකසීම සඳහා අවශ්‍ය තොරතුරු සැපයූ ප්‍රධාන, අතිරේක ප්‍රධාන පරීක්ෂකවරුන්ට හා සහකාර පරීක්ෂකවරුන්ටත්, උනන්දුවෙන් හා සක්‍රීයව දායක වූ සැකසුම් කමිටු සාමාජිකයින්ටත්, වගකීමෙන් කටයුතු කළ ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුවේ නිලධාරීන්ට හා මෙම කාර්ය සඳහා මූල්‍ය අනුග්‍රහය දැක්වූ අනාගත දැනුම් කේන්ද්‍රීය පදනම ලෙස පාසල් පද්ධතිය ප්‍රතිනිර්මාණය කිරීමේ ව්‍යාපෘතිය (TSEP-WB)ටත් මාගේ හෘදයාංගම ස්තූතිය පළ කරමි.

ඩබ්ලිව්.එම්.එන්.ජේ. පුෂ්පකුමාර
විභාග කොමසාරිස් ජනරාල්

2016 ජූනි 29

පර්යේෂණ හා සංවර්ධන ශාඛාව
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
පැලවත්ත, බත්තරමුල්ල.

උපදේශකත්වය	:	ඩබ්ලිව්.එම්.එන්.ජේ. පුෂ්පකුමාර විභාග කොමසාරිස් ජනරාල්
මෙහෙයවීම හා සංවිධානය	:	ගයාත්‍රි අබේගුණසේකර විභාග කොමසාරිස් (පර්යේෂණ හා සංවර්ධන)
සම්බන්ධීකරණය	:	එල්.ජී.එස්. සමරකෝන් සහකාර විභාග කොමසාරිස්
සංස්කරණය	:	ආචාර්ය ජී. එස්. විජේසිරි ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව කැළණිය විශ්ව විද්‍යාලය ආචාර්ය චානක්‍ය ජේ. විජේරත්න ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය ගණිත අධ්‍යයන අංශය කොළඹ විශ්ව විද්‍යාලය ඊ. කුලසේකර විභාග කොමසාරිස් (සහතික පත්‍ර)
සැකසුම් කමිටුව	:	සී. බමුණුගේ ගුරු සේවය I ඩී.එස්. සේනානායක විදුහල, කොළඹ 07 ආර්.ඒ. සෙනෙහෙලතා ගුරු සේවය I කු/ගිරි/ සඳලංකාව ජාතික පාසල සඳලංකාව එන්.එම්. මිස්බා ගුරු සේවය I උසස් බාලිකා විද්‍යාලය මහනුවර එන්.ආර්. සහබන්දු ගුරු සේවය I ශාන්ත තෝමස් බාලිකා විද්‍යාලය මාතර
පරිගණක පිටපත සැකසුම	:	ඩබ්ලිව්.ඒ.ඩී. චතුරිකා දිසානායක දත්ත සටහන් ක්‍රියාකරු
පිටකවරය නිර්මාණය	:	වයි.එස්. අනුරාධි සංවර්ධන නිලධාරි

ඇතුළත පිටු

පිටු අංකය

I කොටස

1. විෂය අභිමතාර්ථ හා විෂය සාධනය පිළිබඳ තොරතුරු

1.1 විෂය අභිමතාර්ථ 1

1.2 විෂය සාධනය පිළිබඳ සංඛ්‍යානමය තොරතුරු
1.2.1 විෂයය සඳහා පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව 2
1.2.2 අයදුම්කරුවන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය 2
1.2.3 ප්‍රථමවරට පෙනී සිටි පාසල් අයදුම්කරුවන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය - දිස්ත්‍රික්ක අනුව 3
1.2.4 ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය - පන්ති ප්‍රාන්තර අනුව 4

1.3 විෂය සාධනය පිළිබඳ විශ්ලේෂණය
1.3.1 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය 5
1.3.2 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වලට අයත් ප්‍රශ්නවල පහසුතා දර්ශක 6
1.3.3 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය 6
1.3.4 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට හා අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 7
1.3.5 II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වල ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය 9
1.3.6 II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වලට අයත් ප්‍රශ්නවල පහසුතා දර්ශක 10
1.3.7 II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය 10
1.3.8 II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට හා අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 12

II කොටස

2. ප්‍රශ්න හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.1 I ප්‍රශ්න පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු
2.1.1 I ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ව්‍යූහය 13
2.1.2 I ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 14
2.1.3 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්නය සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුර සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා 17

2.2 II ප්‍රශ්න පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු
2.2.1 II ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ව්‍යූහය 54
2.2.2 II ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය 55
2.2.3 II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්නය සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුර සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා 57

III කොටස

3. පිළිතුරු සැපයීමේදී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු හා යෝජනා

3.1 පිළිතුරු සැපයීමේදී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු 95
3.2 ඉගෙනුම් හා ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය පිළිබඳ අදහස් හා යෝජනා 97

I කොටස

1. විෂය අභිමතාර්ථ හා විෂය සාධනය පිළිබඳ තොරතුරු

1.1. විෂය අභිමතාර්ථ

- ★ ගණිතය වැඩිදුර අධ්‍යයනය කිරීම සඳහා සිසුනට ගණිතමය මූලික කුසලතා ලබාදීම
- ★ ගණිතමය ගැටලු විසඳීමේ ක්‍රමශිල්ප පිළිබඳ අත්දැකීම් සිසුනට ලබාදීම
- ★ ගණිතමය තාර්කික චින්තනය පිළිබඳ සිසුන්ගේ ශිෂ්‍ය සම්ප්‍රජානනය වැඩිදියුණු කිරීම
- ★ ගණිතය ඉගෙනීම සඳහා සිසුන් අභිප්‍රේරණය කිරීම

සටහන :
මෙම නව විෂය නිර්දේශය මගින් ගණිතමය දැනුම වැඩිදියුණු කිරීම පමණක් නොව එදිනෙදා ජීවිතයේදී ගණිතමය දැනුම භාවිත කිරීමේ කුසලතා වැඩිදියුණු කිරීම ද චරිත සංවර්ධනය ද අපේක්ෂා කෙරේ.

1.2. විෂය සාධනය පිළිබඳ සංඛ්‍යානමය තොරතුරු

1.2.1 විෂයය සඳහා පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව

මාධ්‍යය	පාසල්	පෞද්ගලික	එකතුව
සිංහල	23260	5231	28491
දෙමළ	3618	547	4165
ඉංග්‍රීසි	1300	245	1545
එකතුව	**28178**	**6023**	**34201**

වගුව 1

1.2.2 අයදුම්කරුවන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය

ශ්‍රේණිය	පාසල් අයදුම්කරුවන්		පෞද්ගලික අයදුම්කරුවන්		එකතුව	ප්‍රතිශතය
	සංඛ්‍යාව	ප්‍රතිශතය	සංඛ්‍යාව	ප්‍රතිශතය		
A	1421	5.04	223	3.70	1644	4.81
B	2026	7.19	403	6.69	2429	7.10
C	4772	16.94	1126	18.70	5898	17.25
S	6595	23.40	1615	26.81	8210	24.01
F	13364	47.43	2656	44.10	16020	46.84
එකතුව	**28178**	**100.00**	**6023**	**100.00**	**34201**	**100.00**

වගුව 2

1.2.3 ප්‍රථමවරට පෙනී සිටි පාසල් අයදුම්කරුවන් ශ්‍රේණි ලබාගෙන ඇති ආකාරය - දිස්ත්‍රික්ක අනුව

දිස්ත්‍රික්කය	පෙනී සිටි සංඛ්‍යාව	විශිෂ්ට සම්මාන සාමර්ථ්‍යය (A) ලැබූ		අධි සම්මාන සාමර්ථ්‍යය (B) ලැබූ		සම්මාන සාමර්ථ්‍යය (C) ලැබූ		සාමාන්‍ය සාමර්ථ්‍යය (S) ලැබූ		සමත් (A+B+C+S)		අසමත් (F)	
		සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%	සංඛ්‍යාව	%
1. කොළඹ	3342	186	5.57	222	6.64	540	16.16	753	22.53	1701	50.90	1641	49.10
2. ගම්පහ	1886	50	2.65	87	4.61	244	12.94	435	23.06	816	43.27	1070	56.73
3. කළුතර	1016	21	2.07	36	3.54	118	11.61	233	22.93	408	40.16	608	59.84
4. මහනුවර	1158	45	3.89	63	5.44	169	14.59	242	20.90	519	44.82	639	55.18
5. මාතලේ	270	2	0.74	9	3.33	28	10.37	65	24.07	104	38.52	166	61.48
6. නුවරඑළිය	298	15	5.03	13	4.36	31	10.40	66	22.15	125	41.95	173	58.05
7. ගාල්ල	1190	62	5.21	67	5.63	166	13.95	249	20.92	544	45.71	646	54.29
8. මාතර	1007	47	4.67	59	5.86	172	17.08	235	23.34	513	50.94	494	49.06
9. හම්බන්තොට	642	20	3.12	29	4.52	86	13.40	166	25.86	301	46.88	341	53.12
10. යාපනය	668	83	12.43	65	9.73	140	20.96	158	23.65	446	66.77	222	33.23
11. කිලිනොච්චි	66	3	4.55	12	18.18	10	15.15	11	16.67	36	54.55	30	45.45
12. මන්නාරම	58	0	0.00	4	6.90	12	20.69	15	25.86	31	53.45	27	46.55
13. වව්නියාව	114	4	3.51	7	6.14	23	20.18	26	22.81	60	52.63	54	47.37
14. මුලතිව්	78	0	0.00	2	2.56	12	15.38	16	20.51	30	38.46	48	61.54
15. මඩකලපුව	252	22	8.73	19	7.54	56	22.22	63	25.00	160	63.49	92	36.51
16. අම්පාර	409	7	1.71	20	4.89	51	12.47	97	23.72	175	42.79	234	57.21
17. ත්‍රිකුණාමලය	167	8	4.79	15	8.98	36	21.56	32	19.16	91	54.49	76	45.51
18. කුරුණෑගල	1295	36	2.78	39	3.01	123	9.50	224	17.30	422	32.59	873	67.41
19. පුත්තලම	419	11	2.63	16	3.82	52	12.41	96	22.91	175	41.77	244	58.23
20. අනුරාධපුරය	508	14	2.76	26	5.12	55	10.83	95	18.70	190	37.40	318	62.60
21. පොළොන්නරුව	182	2	1.10	1	0.55	13	7.14	26	14.29	42	23.08	140	76.92
22. බදුල්ල	647	16	2.47	29	4.48	98	15.15	143	22.10	286	44.20	361	55.80
23. මොනරාගල	217	5	2.30	10	4.61	22	10.14	54	24.88	91	41.94	126	58.06
24. රත්නපුරය	614	20	3.26	27	4.40	74	12.05	151	24.59	272	44.30	342	55.70
25. කෑගල්ල	602	12	1.99	18	2.99	58	9.63	119	19.77	207	34.39	395	65.61
සමස්ත දිවයින	**17105**	**691**	**4.04**	**895**	**5.23**	**2389**	**13.97**	**3770**	**22.04**	**7745**	**45.28**	**9360**	**54.72**

වගුව 3

1.2.4 ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය - පන්ති ප්‍රාන්තර අනුව

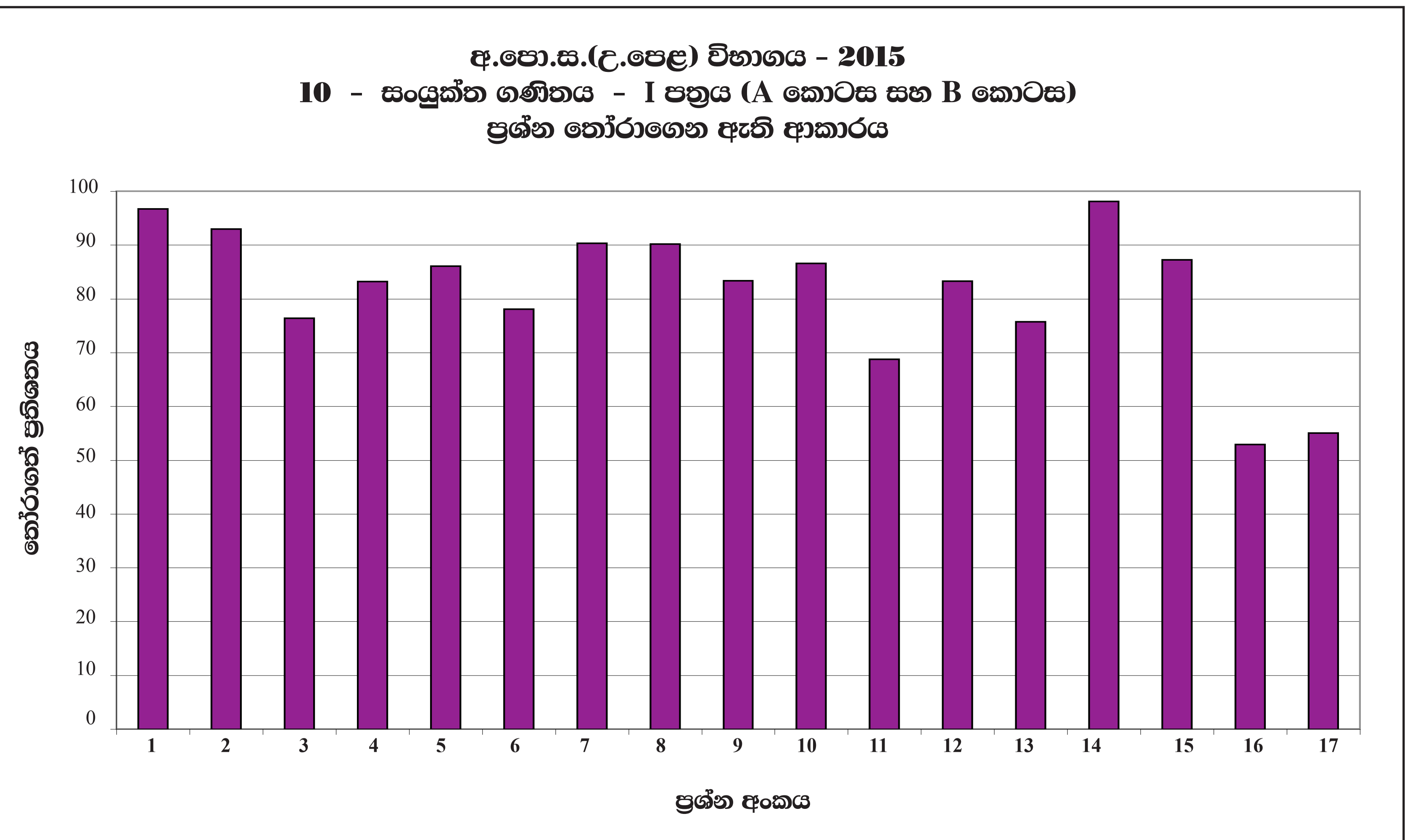
පන්ති ප්‍රාන්තරය	සංඛ්‍යාතය	සංඛ්‍යාත ප්‍රතිශතය	සමුච්චිත සංඛ්‍යාතය	සමුච්චිත සංඛ්‍යාත ප්‍රතිශතය
91 - 100	29	0.08	34201	100.00
81 - 90	318	0.93	34172	99.92
71 - 80	1102	3.22	33854	98.99
61 - 70	2335	6.83	32752	95.76
51 - 60	3490	10.20	30417	88.94
41 - 50	4723	13.81	26927	78.73
31 - 40	5607	16.39	22204	64.92
21 - 30	5636	16.48	16597	48.53
11 - 20	5252	15.36	10961	32.05
01 - 10	5071	14.83	5709	16.69
00 - 00	638	1.87	638	1.87

වගුව 4

ඉහත වගුවෙහි දැක්වෙන දත්ත අනුව, මෙම විෂයය සඳහා 31 - 40 ප්‍රාන්තරය තුළ ලකුණු ලබාගත් අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව 5607කි. එය ප්‍රතිශතයක් වශයෙන් 16.39%කි. ලකුණු 40 හෝ ඊට අඩුවෙන් ලබා ඇති අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව 22204 ක් වන අතර, එය ප්‍රතිශතයක් වශයෙන් 64.92% කි.

1.3 විෂය සාධනය පිළිබඳ විශ්ලේෂණය

1.3.1 **I** ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය

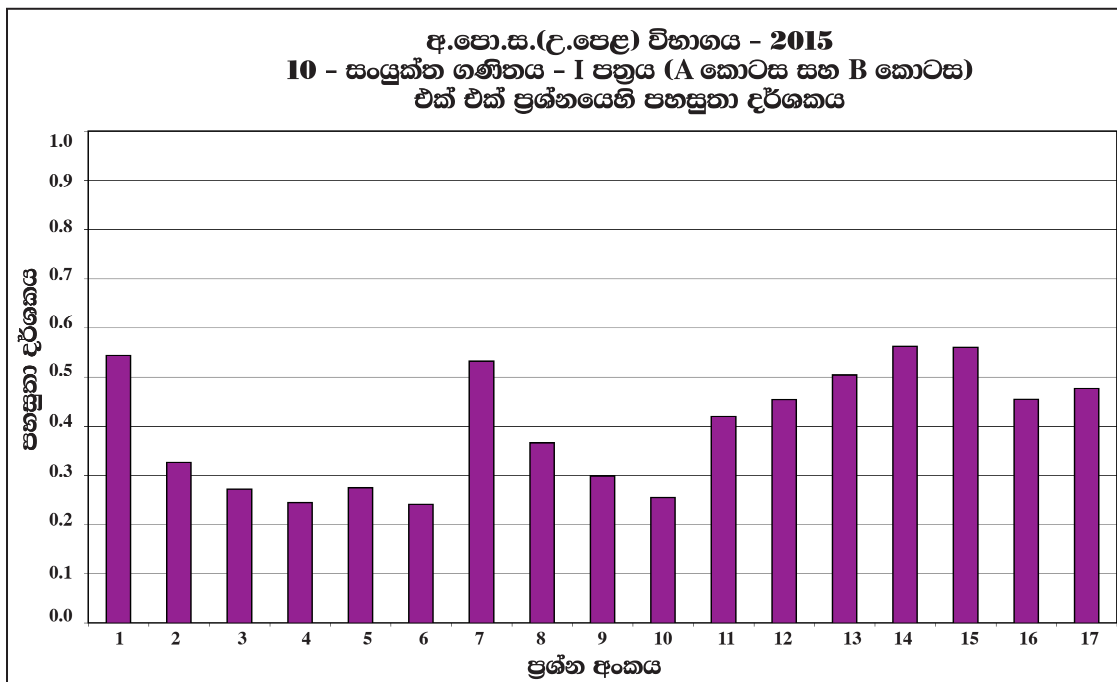


ප්‍රස්තාරය 1 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කරන ලදී.)

I පත්‍රයේ ප්‍රශ්න 17 අතුරෙන් A කොටසට අයත් අංක 1 සිට 10 තෙක් ප්‍රශ්න අනිවාර්ය වන අතර B කොටසට අයත් අංක 11 සිට 17 තෙක් ප්‍රශ්න අතුරෙන් ප්‍රශ්න 5ක් පමණක් තෝරාගෙන පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

ඉහත ප්‍රස්තාරයට අනුව පළමුවන ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සපයා ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 97%කි. වැඩිම ප්‍රතිශතයක් වන 98%ක් පිළිතුරු සැපයීම සඳහා 14 වන ප්‍රශ්නය තෝරා ගෙන ඇත. අඩුවෙන්ම තෝරා ගනු ලැබ ඇත්තේ 16 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එය තෝරාගත් අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 53%ක් පමණ වේ.

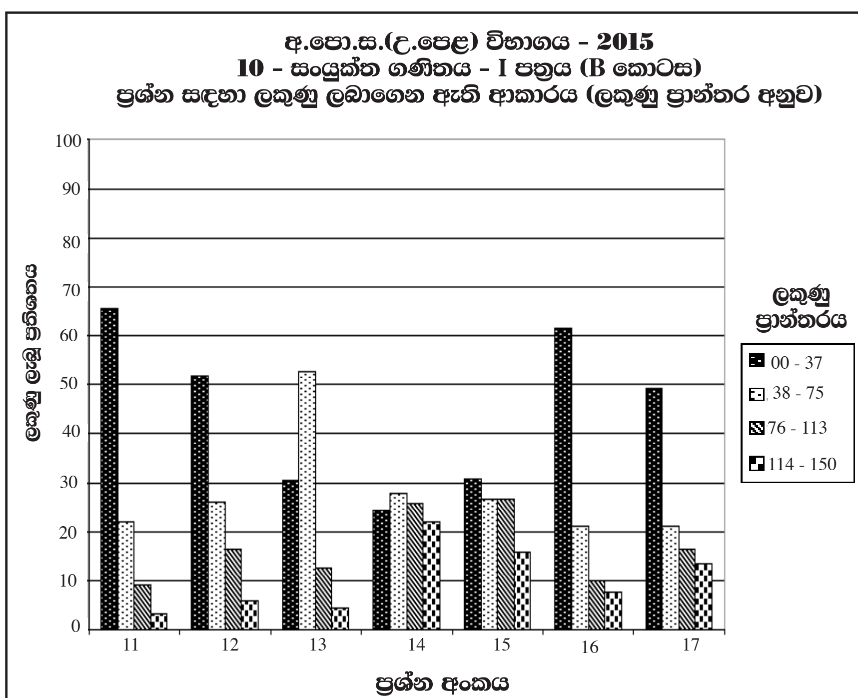
1.3.2 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වලට අයත් ප්‍රශ්නවල පහසුතා දර්ශක



ප්‍රස්තාරය 2 (RD/16/05/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කරන ලදී.)

මෙම ප්‍රස්තාරයට අනුව මෙම ප්‍රශ්න අතුරෙන් වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ 14 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 56%ක් පමණ වේ. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ 6 වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 24%ක් පමණ වේ.

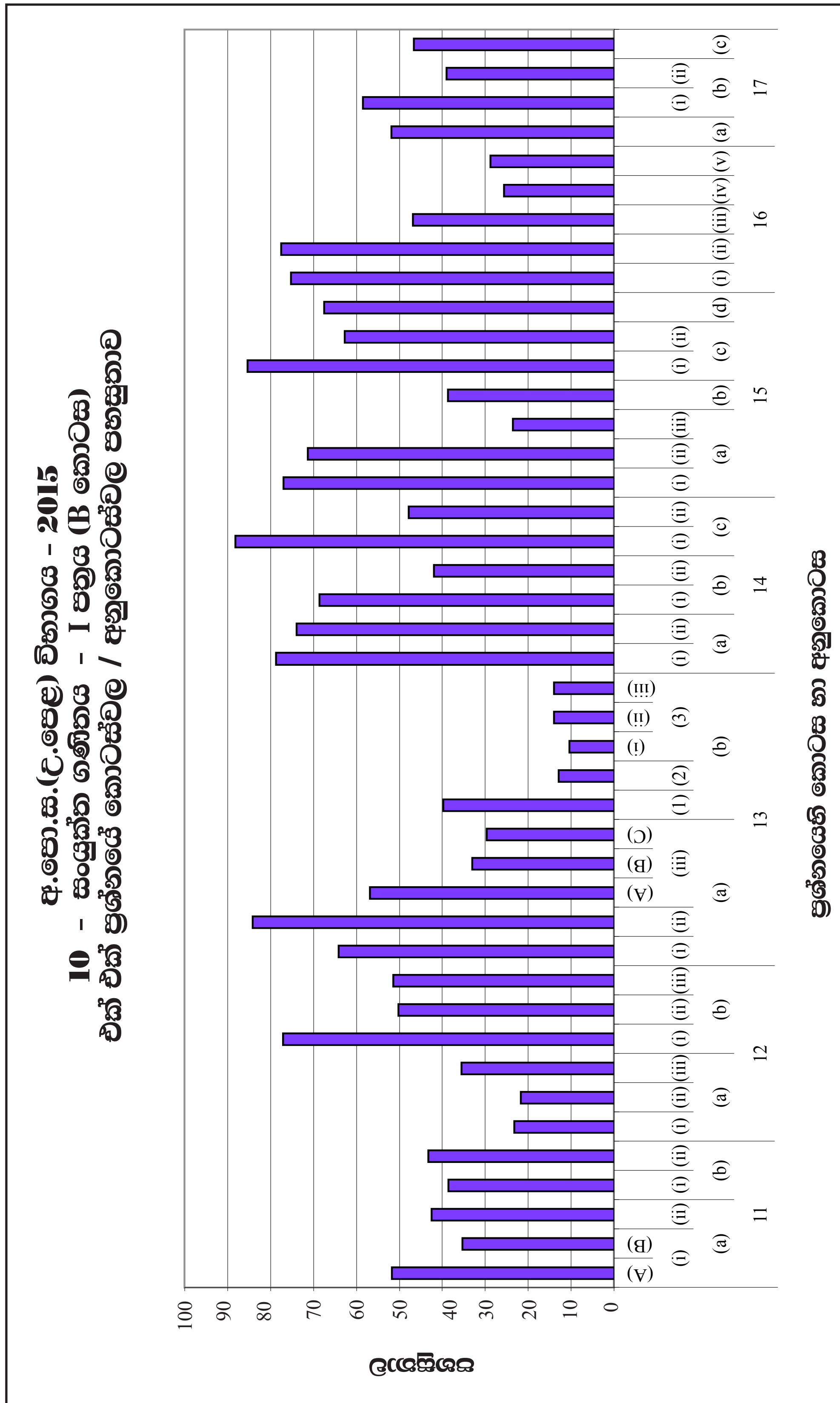
1.3.3 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය



මෙහි 11 වන ප්‍රශ්නය සඳහා වෙන් කර ඇති ලකුණු ප්‍රමාණය ලකුණු 150කි. ප්‍රස්තාරයට අනුව, එම ලකුණු වලින්, 76-100% ප්‍රාන්තරයේ එනම් ලකුණු 114-150 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගෙන ඇත්තේ මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 04%ක් පමණ පිරිසකි. මේ ආකාරයට එම ප්‍රශ්නය සඳහා හිමි ලකුණුවලින් 51-75% ප්‍රාන්තරයේ එනම් ලකුණු 76-113 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 09%කි. ලකුණුවලින් 26-50% ප්‍රාන්තරයේ එනම් ලකුණු 38-75 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 22% බැගින් ද ලකුණුවලින් 0-25% ප්‍රාන්තරයේ එනම් ලකුණු 0-37 ප්‍රාන්තරයට අයත් 65%ක් පමණ ද වේ.

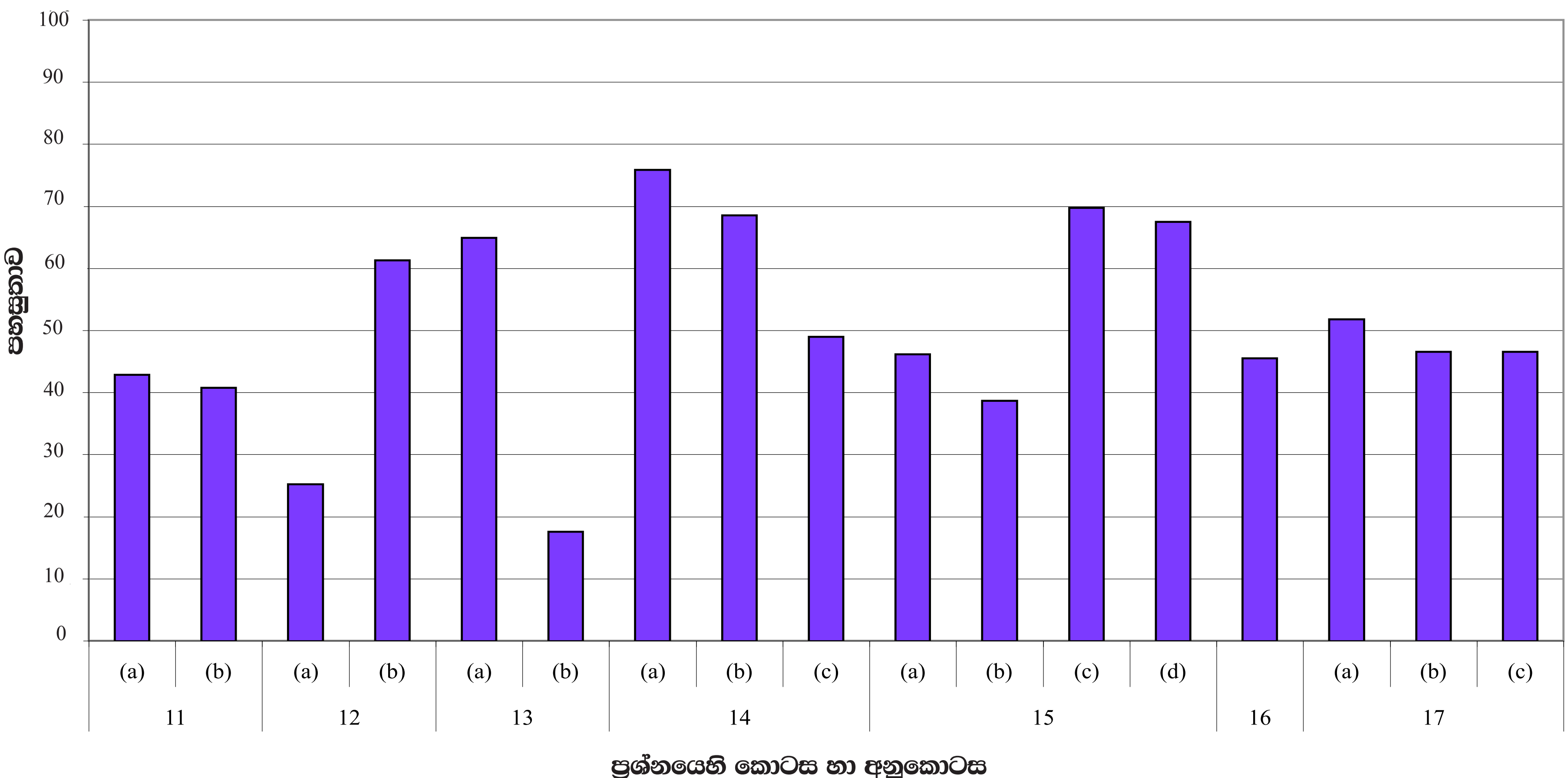
ප්‍රස්තාරය 3 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කරන ලදී.)

1.3.4 **I** ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B** කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට හා අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය



ප්‍රස්තාරය 4 (RD/16/04/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කරන ලදී.)

ඉහත ප්‍රස්තාරයට අනුව 11 වන ප්‍රශ්නයෙහි (a) කොටසෙහි මුල් අනුකොටසෙහි (A) හි පහසුතාව 52%ක් පමණ වන අතර එම ප්‍රශ්නයේ (a) කොටසෙහි (i) අනුකොටසෙහි (B) හි පහසුතාව 35%ක් පමණ වේ.

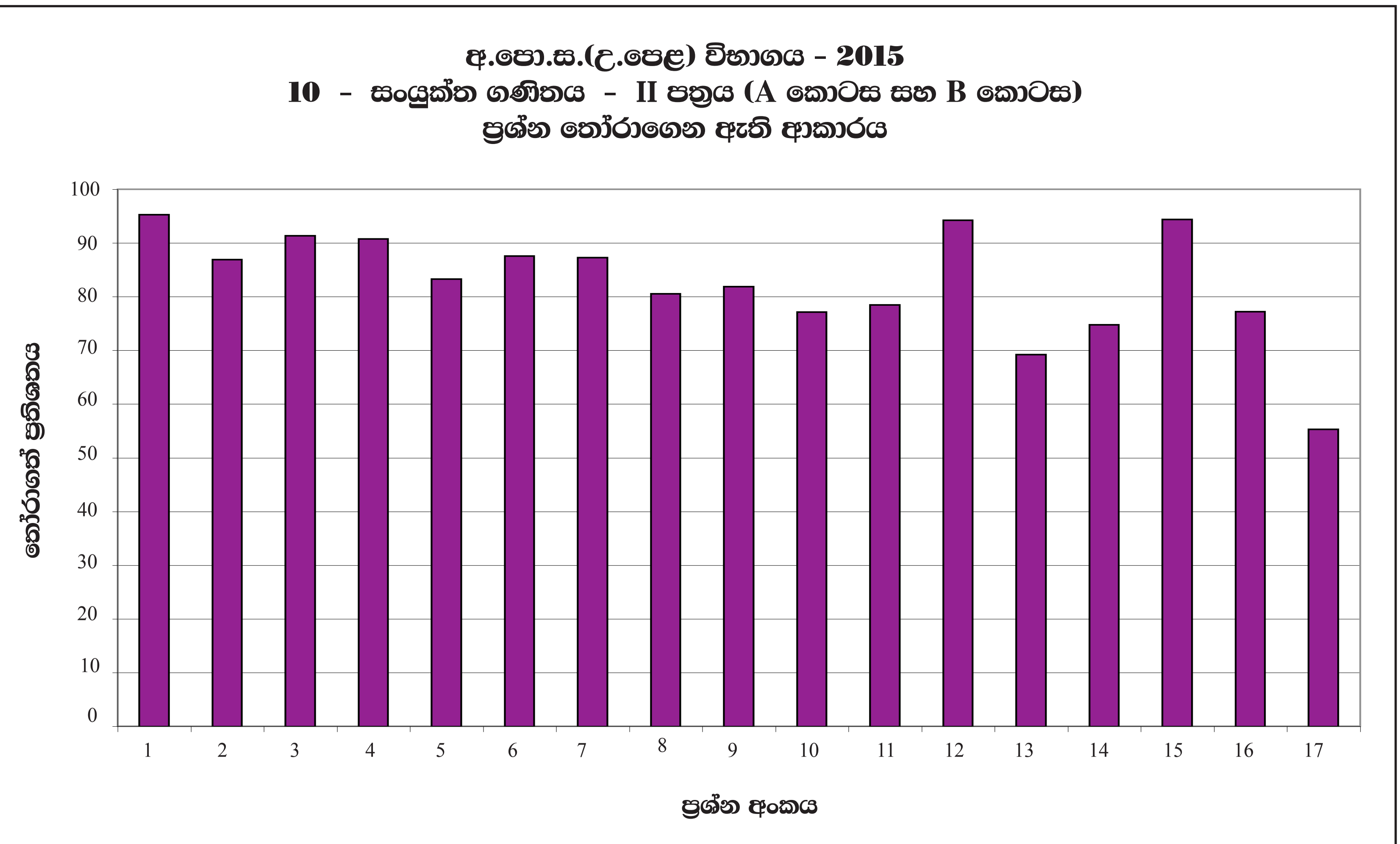


ප්‍රස්තාරය 5 (RD/16/04/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කරන ලදී.)

ඉහත ප්‍රස්තාරයෙන් තොරතුරු ලබා ගන්නා ආකාරය පහත සඳහන් උදාහරණයෙන් පෙන්වා දී ඇත.

උදා: 11 වන ප්‍රශ්නයෙහි (a) කොටසෙහි පහසුතාව 43%ක් පමණ වන අතර එම ප්‍රශ්නයේ (b) කොටසෙහි පහසුතාව 41%ක් පමණ වේ.

1.3.5 II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න තෝරාගෙන ඇති ආකාරය

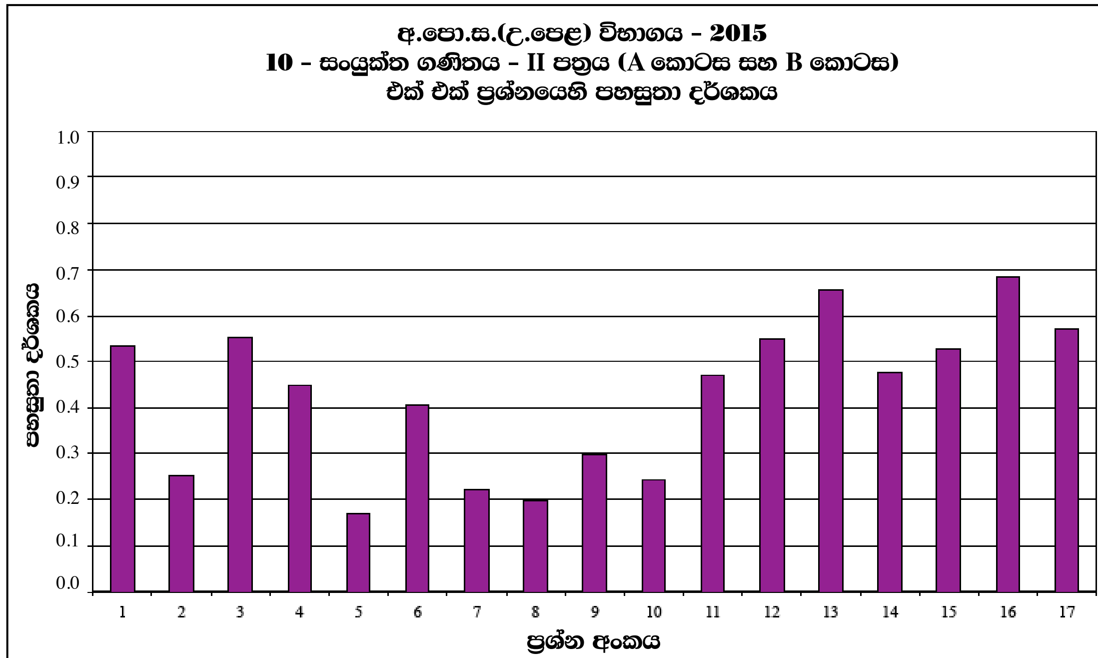


ප්‍රස්තාරය 6 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කරන ලදී.)

II පත්‍රයේ ප්‍රශ්න 17 අතුරෙන් A කොටසට අයත් අංක 1 සිට 10 තෙක් ප්‍රශ්න අනිවාර්ය වන අතර B කොටසට අයත් අංක 11 සිට 17 තෙක් ප්‍රශ්න අතුරෙන් ප්‍රශ්න 5ක් පමණක් තෝරාගෙන පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

ඉහත ප්‍රස්තාරයට අනුව I ප්‍රශ්නය අනිවාර්ය වුවත් පිළිතුරු සපයා ඇත්තේ 96%ක් පමණ වේ. අඩුවෙන්ම තෝරා ගනු ලැබ ඇත්තේ 17 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එය තෝරාගත් අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 56%ක් පමණ වේ.

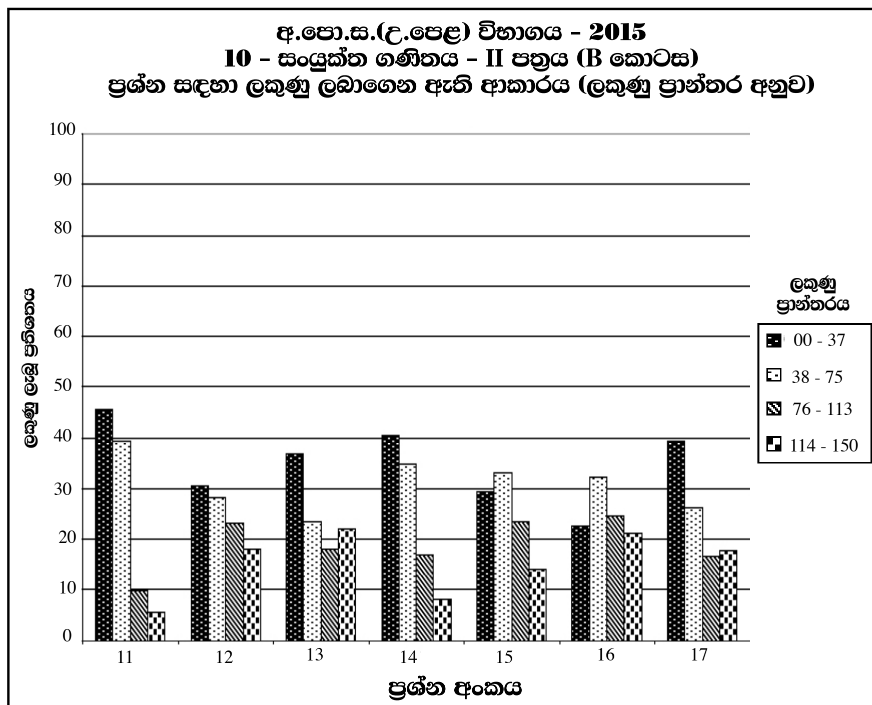
1.3.6 II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි A සහ B කොටස්වලට අයත් ප්‍රශ්නවල පහසුතා දර්ශක



ප්‍රස්තාරය 7 (RD/16/05/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කරන ලදී.)

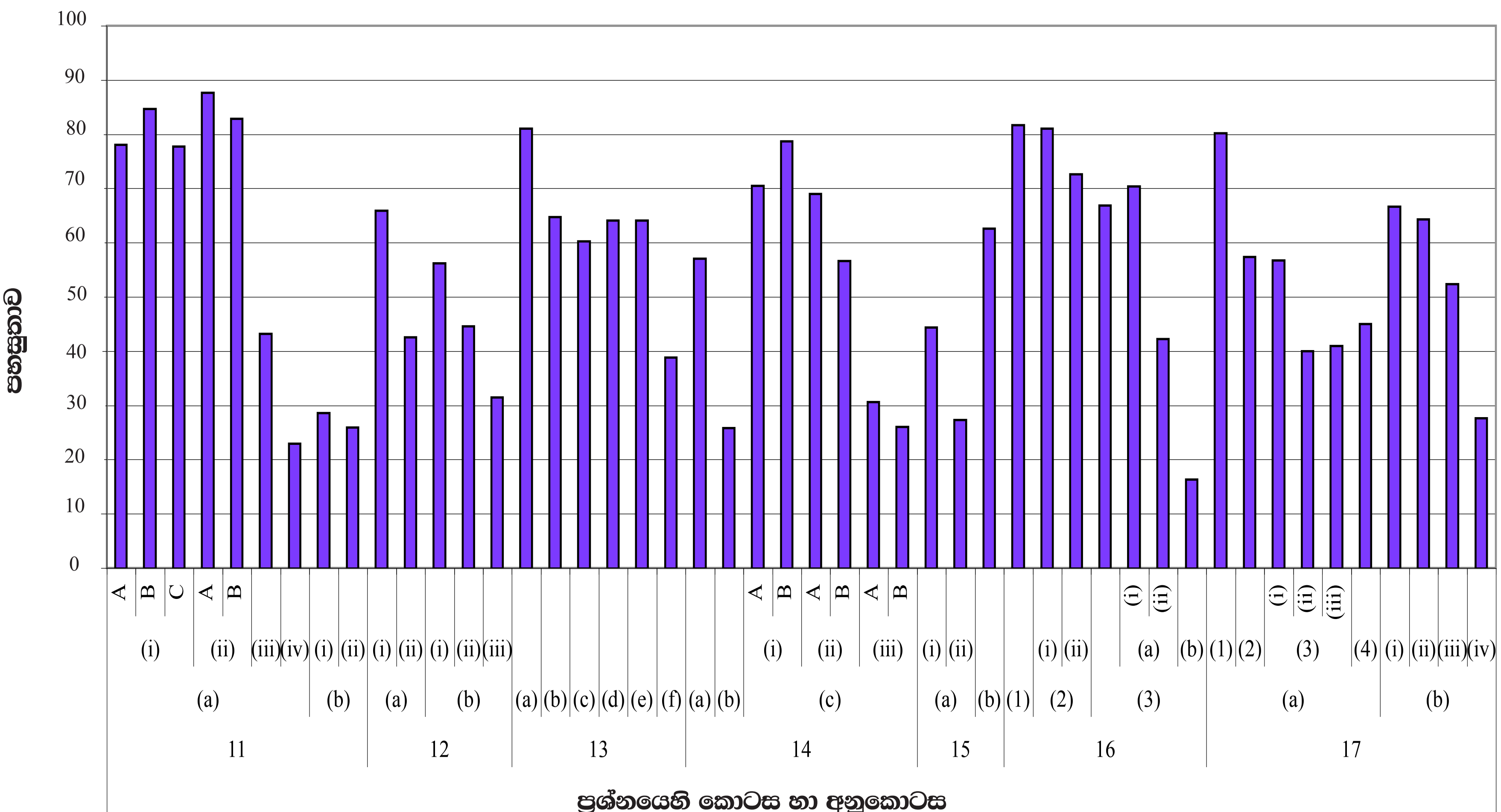
මෙම ප්‍රස්තාරයට අනුව මෙම ප්‍රශ්න අතුරෙන් වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ දහසයවන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 69%ක් පමණ වේ. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ පස්වන ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 18%ක් පමණ වේ.

1.3.7 II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු ලබාගෙන ඇති ආකාරය



මෙහි 11 වන ප්‍රශ්නය සඳහා වෙන් කර ඇති ලකුණු ප්‍රමාණය ලකුණු 150කි. ප්‍රස්තාරයට අනුව, එම ලකුණුවලින්, 76-100% ප්‍රාන්තරයේ එනම් ලකුණු 114-150 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගෙන ඇත්තේ මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 6%ක් පමණ පිරිසකි. මේ ආකාරයට එම ප්‍රශ්නය සඳහා හිමි ලකුණුවලින් 51-75% ප්‍රාන්තරයේ එනම් ලකුණු 76-113 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 10%ක් පමණ ද ලකුණුවලින් 26-50% ප්‍රාන්තරයේ එනම් ලකුණු 38-75 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 39%ක් පමණ ද ලකුණුවලින් 0-25% ප්‍රාන්තරයේ එනම් ලකුණු 0-37 ප්‍රාන්තරයට අයත් ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබාගත් පිරිස 45%ක් පමණ ද වේ.

ප්‍රස්තාරය 8 (RD/16/02/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කරන ලදී.)

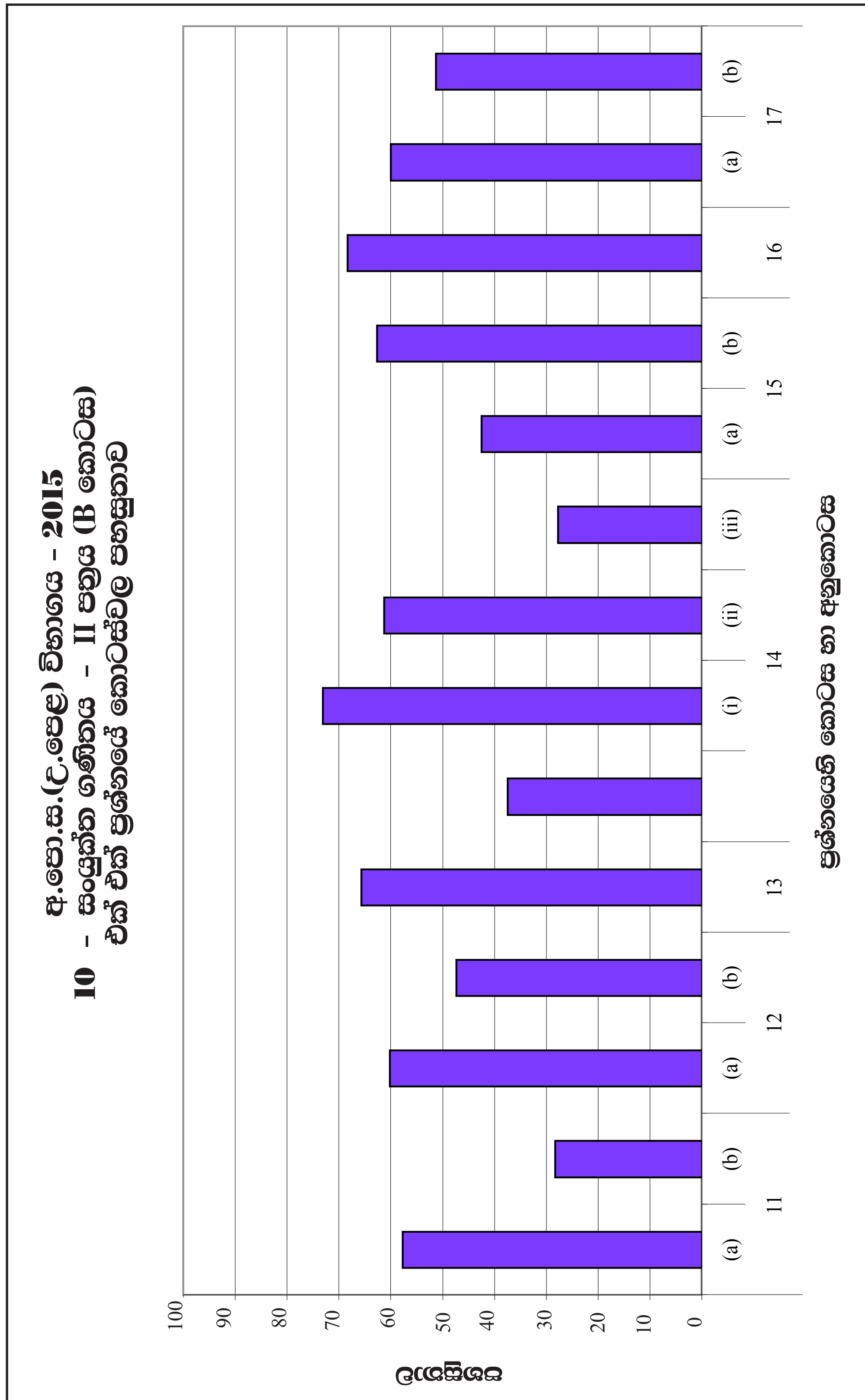


ප්‍රස්තාරය 9 (RD/16/04/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කරන ලදී.)

ඉහත ප්‍රස්තාරයෙන් තොරතුරු ලබා ගන්නා ආකාරය පහත සඳහන් උදාහරණයෙන් පෙන්වා දී ඇත.

උදා: 11 වන ප්‍රශ්නයෙහි (a)(i)(A) කොටසෙහි පහසුතාව 78%ක් පමණ වන අතර එම ප්‍රශ්නයේ (A) (iii) කොටසෙහි පහසුතාව 43%ක් පමණි.

1.3.8 **II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි කොටස්වලට හා අනුකොටස්වලට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය**



ප්‍රස්තාරය 10 (RD/16/04/AL පෝරමයෙන් ලබාගත් තොරතුරු ඇසුරින් සකස් කරන ලදී.)

ඉහත ප්‍රස්තාරයට අනුව 11 වන ප්‍රශ්නයෙහි (a) කොටසෙහි සමස්ත පහසුතාව 58%ක් වන අතර 15 වන ප්‍රශ්නයේ (b) කොටසෙහි පහසුතාව 62%ක් පමණි.

II කොටස

2. ප්‍රශ්න හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.1 I ප්‍රශ්න පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.1.1. I ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ව්‍යුහය

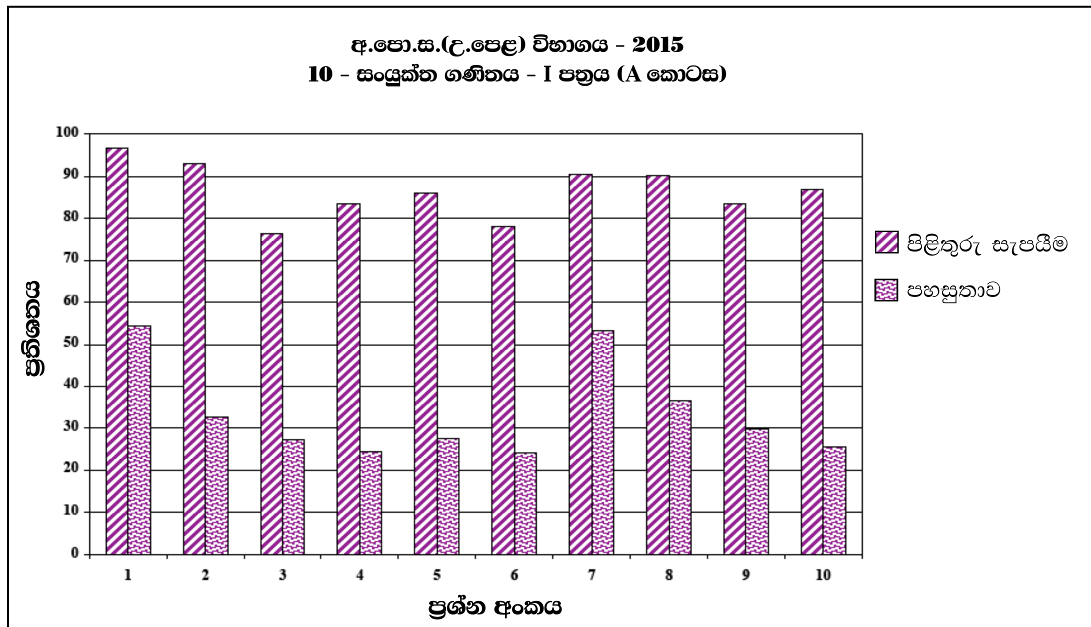
කාලය පැය 03කි. මුළු ලකුණු 100කි.

★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් **දෙකකින්** සමන්විත ය.
A කොටස - ප්‍රශ්න **දහයකි**. ප්‍රශ්න **සියල්ලට** ම පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 25 බැගින් ලකුණු 250කි.
B කොටස - ප්‍රශ්න **හතකි**. ප්‍රශ්න **පහකට** පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 150 බැගින් ලකුණු 750කි.
I පත්‍රය සඳහා මුළු ලකුණු = $(250 + 750) \div 10 = 1000 \div 10 = 100$

★ විභාගයේදී A කොටසට ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ම එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා සපයා ඇති ඉඩ ප්‍රමාණය තුළ පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

2.1.2 සංයුක්ත ගණිතය I ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය

මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ A කොටසට අයත් ප්‍රශ්න දහයම සඳහා පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්යය වුවත්, ඒවාට පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරයේ කැපී පෙනෙන විවිධත්වයක් දක්නට ලැබේ. මෙම ප්‍රශ්න දහයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතයත්, ඒ අනුව එම ප්‍රශ්නවල පහසුතාවත් පහත ප්‍රස්තාරයෙන් දැක්වේ.



ප්‍රස්තාරය 11 : සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ A කොටසෙහි ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය සහ එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

ප්‍රශ්න පත්‍රයට පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන්ගෙන් 90% ඉක්මවා පිළිතුරු සපයා ඇත්තේ අංක 1 හා 2 ප්‍රශ්නවලට පමණි. අයදුම්කරුවන්ගෙන් වැඩිම ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සපයා ඇත්තේ අංක 1 ප්‍රශ්නයට වන අතර, එම ප්‍රතිශතය 97%කි. ප්‍රශ්න දහයටම පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වුවත් අයදුම්කරුවන් සියලු දෙනාම විසින් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති එකම ප්‍රශ්නයක්වත් මෙම ප්‍රශ්න දහය අතර නොවීම විශේෂ අවධානයට යොමු විය යුතු කරුණකි.

තවද අංක 3 සහ 6 ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයා ඇත්තේ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 80%කටත් වඩා අඩු ප්‍රතිශතයක් බව දක්නට ලැබේ. එනම් අයදුම්කරුවන්ගෙන් 20%කටත් වඩා වැඩි ප්‍රතිශතයක් එම ප්‍රශ්න දෙකට කවර මට්ටමකින්වත් පිළිතුරු සැපයීමට අපොහොසත් වී ඇත.

අංක 3 ප්‍රශ්නය සඳහා පිළිතුරු සැපයීමට ප්‍රයත්න දරා ඇත්තේ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 76%ක ප්‍රතිශතයක් පමණි. පහසුවෙන්ම සාර්ථක පිළිතුරු සැපයීම මගින් අයදුම්කරුවන් වඩාත් සතුටුදායක ලෙස ලකුණු ලබා ගනු ඇතැයි අපේක්ෂිත මෙම ප්‍රශ්න දහය අතුරින් පහසුතාව 50% යම්තමින් ඉක්මවා ඇත්තේ අංක 1 හා 7 ප්‍රශ්නවල පමණි. එයද 52% බැගිනි. ඉතිරි ප්‍රශ්න අටෙහිම පහසුතාව 40%ටත් වඩා අඩුවන අතර අඩුවෙන් පිළිතුරු සපයනු ලැබූ අංක 3 ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 28%ක් වැනි අඩු අගයකට සීමා වී තිබේ. අයදුම්කරුවන්ගෙන් 97%ක උපරිම ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සපයනු ලැබූ අංක 1 ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 55%කට සීමා වී තිබීම විශේෂ ලක්ෂණයක් වන අතර පහසුතාව අඩුම ප්‍රශ්න අතුරින් අංක 4 ප්‍රශ්නය දෙවන ස්ථානය ගනී. සමස්ත වශයෙන් ප්‍රශ්න දහයෙහි පහසුතාව 25 - 57 ප්‍රාන්තරයට සීමා වී ඇති බව අවධානයට ලක්විය යුතුවේ.

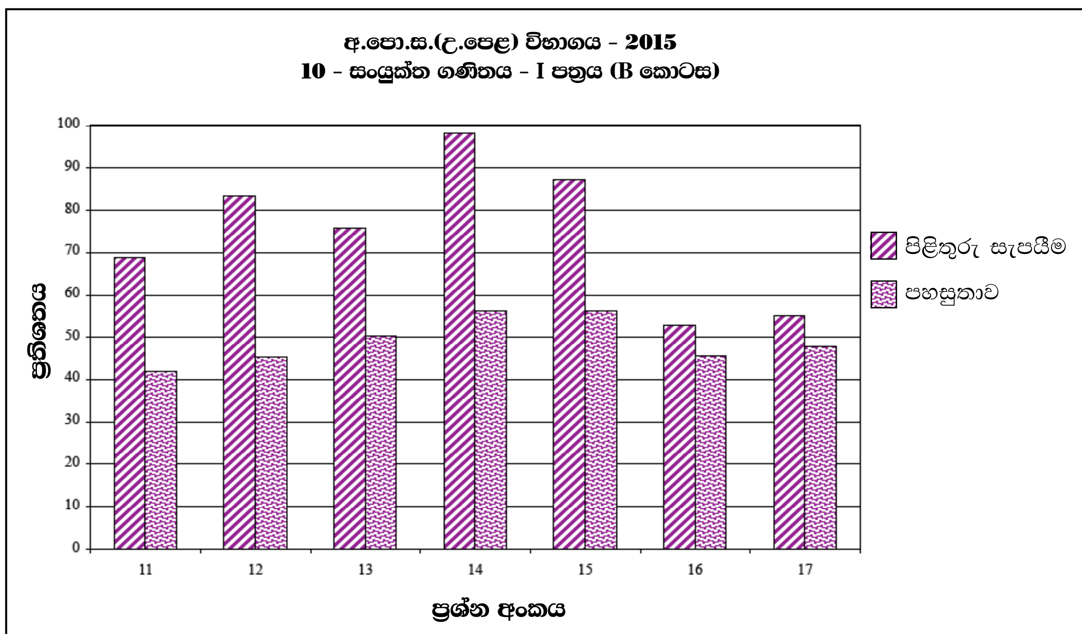
මෙම ප්‍රශ්න දහය කෙරෙහි අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිචාරවල ස්වභාවය වඩාත් විශ්ලේෂණාත්මකව සලකා බැලීම සඳහා පහත වගුවේ දැක්වෙන තොරතුරු උපයෝගි කර ගත හැකි වේ.

ප්‍රශ්න අංකය		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන් අතුරෙන්	ලකුණු නොලැබූ ප්‍රතිශතය	6	33	31	35	52	40	19	21	40	45
	ලකුණු 25 ම ලැබූ ප්‍රතිශතය	30	13	10	4	22	14	39	9	19	5
ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව %		54	33	27	24	27	24	53	37	30	25

වගුව 5 : සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ A කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන් අතුරෙන් ලකුණු නොලැබූ හා ලකුණු 25 ම ලැබූ අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශත

ප්‍රශ්නයට හිමි මුළු ලකුණු ප්‍රමාණයම හිමි කරගත් අයදුම්කරුවන් වැඩිම ප්‍රතිශතයක් එනම් 39%ක් ඇත්තේ අංක 07 ප්‍රශ්නයට බවත්, අනෙකුත් ප්‍රශ්න සඳහා ලකුණු 25 ලැබූ අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 30% ඉක්මවා නොමැති බවත් ඉහත තොරතුරුවලින් ප්‍රකාශ වේ. අංක 4 ප්‍රශ්නයට ලකුණු 25ම ලබාගෙන ඇත්තේ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 4%ක් පමණි. මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 35%ක්ම ලකුණු නොලබා ඇති බවද පෙනී යයි. මීට අමතරව ප්‍රශ්න අංක 5, 6, 9, 10 යන ප්‍රශ්න හතරට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කළ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 40%ට නොඅඩු ප්‍රතිශතයක් එක් ලකුණක්වත් නොලබා තිබීම කැපී පෙනෙන ලක්ෂණයකි. සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයට පාදක වන ශුද්ධ ගණිත සංරචකයට අයත් මූලධර්ම හා මූලික සිද්ධාන්ත පදනම් කර ගනිමින් සකස් කරනු ලබන මෙම ප්‍රශ්න දහය සඳහා මෙම විෂයයට පෙනී සිටින අපේක්ෂකයින්ට වඩාත් පහසුවෙන් ලකුණු ලබා ගැනීමට හැකිවේ යැයි අපේක්ෂා කෙරුණ ද, ඉහත තොරතුරුවලින් අනාවරණය වනුයේ එසේ සිදුවී නොමැති බවයි.

සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ B කොටසෙහි දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන්, තම අභිමතය පරිදි තෝරාගත් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සැපයිය යුතු වන අතර, එම එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා, I පත්‍රයට හිමි ලකුණු 1000 න්, ලකුණු 150 බැගින් හිමි වෙයි. එම ප්‍රශ්න තෝරා ගනු ලැබ ඇති ආකාරයත්, ඒවායේ පහසුතාත් පහත ප්‍රස්තාරයේ දැක්වේ.



ප්‍රස්තාරය 12 : සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රයේ B කොටසෙහි ප්‍රශ්න තෝරා ගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශත හා එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරින් අපේක්ෂකයන් වැඩිම පිරිසක් 14 වන ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇත. එම අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රතිශතය 99%ක් පමණ වේ. මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව උපරිම වන අතර එය 58%ක් වෙයි. මෙයින් ගම්‍ය වන්නේ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ A කොටසෙහි ප්‍රශ්නවලටත් වඩා වැඩියෙන් 14 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට සිසුන් පෙළඹී ඇති බවයි. මෙම ප්‍රශ්නයට පාදක වන්නේ “කලනය” තේමාව යටතේ එන අවකලනය හා අවකලනයේ යෙදීම් යන විෂය කරුණු ය.

I පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි ප්‍රශ්න අතුරෙන් අඩුවෙන්ම තෝරා ගනු ලැබ ඇත්තේ 16 වන ප්‍රශ්නයයි. එය අයදුම්කරුවන්ගෙන් 53%කි. එහි පහසුතාව 45%ක් වන අතර B කොටසෙහි දෙවනියට අවම පහසුතාව ඇති ප්‍රශ්නය වේ. දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරින් අවම පහසුතාව පෙන්වන්නේ 11 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එය 51%කි. I පත්‍රයෙහි A කොටසෙහි අංක 1 සහ 7 ප්‍රශ්න හැරුණු විට ඉතිරි ප්‍රශ්න අටෙහිම පහසුතාව B කොටසෙහි ප්‍රශ්නවල අවම පහසුතාවට වඩා අඩුවේ. ඉන් ගම්‍ය වන්නේ I පත්‍රයේ A කොටසට පිළිතුරු සැපයීමට වඩා B කොටසෙහි ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමෙන් අයදුම්කරුවන් ලකුණු උපයා ගැනීමට උත්සාහ කර ඇති බවයි. එම උත්සාහය සාර්ථක වී ඇති බවද පෙනේ. තවද A කොටසෙහි ප්‍රශ්නවල මධ්‍යක පහසුතාව (Average Facility) 41%ක් වන අතර B කොටසෙහි ප්‍රශ්නවල මධ්‍යක පහසුතාව 50% වෙයි. එමගින් ඉහත අදහස තහවුරු වෙයි. ඒ අනුව I පත්‍රයෙහි සමස්ත පහසුතාව (Overall facility) 48%ක් වෙයි.

I පත්‍රයෙහි සමස්ත පහසුතාව 48%කට සීමා වීමෙන් ප්‍රකාශ වනුයේ සංයුක්ත ගණිතයෙහි වඩාත් සිද්ධාන්තමය කරුණු අඩංගු ශුද්ධ ගණිතය සංරචකය ඇසුරෙන් සකස් කෙරෙන ප්‍රශ්නවලට ඉහළ ලකුණු ලැබෙන පරිදි පිළිතුරු සැපයීමට අපේක්ෂකයින්ගේ ඇති නොහැකියාවයි. මෙම දුර්වලතාව මගහරවා ගැනීම සඳහා විශේෂයෙන්ම මෙම පත්‍රයේ A කොටසෙහි අඩංගු ප්‍රශ්නවල ආකාරයේ සරල හා ඍජු ප්‍රශ්න නිතර පුනරීක්ෂණය කිරීම සඳහා සිසුන් පෙළඹවිය යුතු වෙයි. සවිස්තරාත්මකව හෝ විෂය ඒකක පදනමින් හෝ මෙවැනි කෙටි ප්‍රශ්න ඇතුළත් පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසවල සිසුන් නිරත කරවා කෙටි කාලයක් තුළ එවැනි ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයා උපරිම ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබා ගැනීමේ හැකියාව ඔවුන් තුළ වර්ධනය කළ යුතු වෙයි. එමගින් සිසුනට අත්පත් කර ගත හැකි හැකියාව, අනෙකුත් ප්‍රශ්නපත්‍රවල අඩංගු වන ව්‍යුහගත ප්‍රශ්නවලට ද සාර්ථක පිළිතුරු සැපයීමට ඔවුනට මහෝපකාරී වෙයි. එමගින් වඩාත් සතුටුදායක ප්‍රතිඵල ලබා ගැනීම සඳහා සිසුන් යොමු කරනු ලැබිය හැකි වෙයි.

2.1.3 I ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුරු, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා

(10) සංයුක්ත ගණිතය I පත්‍රය - A කොටස

1 වන ප්‍රශ්නය

1. **ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය** භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $8^n - 3^n$ යන්න 5 හි පූර්ණ සංඛ්‍යාමය ගුණාකාරයක් බව සාධනය කරන්න.

$n=1$ නම් $8^n - 3^n = 8 - 3 = 5$, $n=1$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. (5)

$n=p$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය යැයි ගනිමු.

$\Rightarrow 8^p - 3^p = 5m,$ මෙහි m ධන නිඛිලයකි. (5)

$n=p+1$ සලකමු. $8^{p+1} - 3^{p+1} = 8^p(5+3) - 3^{p+1}$

$= (5m+3^p)(5+3) - 3^{p+1}$ (5)

$= 8 \times 5m + 5 \times 3^p + 3^{p+1} - 3^{p+1}$

$= 5(8m+3^p)$ (5) $8m+3^p \in Z^+$

එනයින් $n=p$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ නම්, $n=p+1$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ.

එබැවින් ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය අනුව සියලුම $n \in Z^+$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. (5) **25**

---

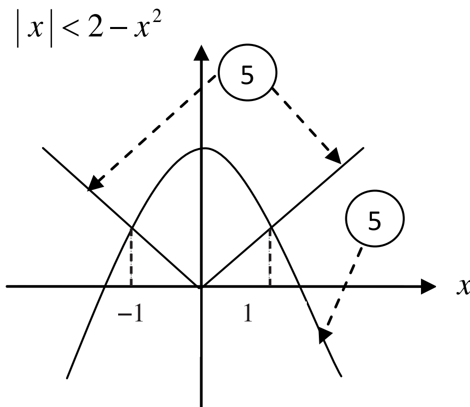
1 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

පළමුවන ප්‍රශ්නය අනිවාර්යය ප්‍රශ්නයක් වුවත්, මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇත්තේ 97%ක් පමණ ය. ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 54%කට සීමා වී තිබේ. එනම් එම අපේක්ෂකයින්ට පොදුවේ හිමිකර ගත හැකි වී ඇත්තේ ලැබිය හැකිව තිබූ උපරිම ලකුණු ප්‍රමාණයෙන් අඩකට ආසන්න ප්‍රමාණයක් පමණි. සමහර අයදුම්කරුවන් සපයා තිබූ පිළිතුරුවල කැපී පෙනෙන දුර්වලතාවක් වූයේ $n=p$ සඳහා උපකල්පිත ප්‍රතිඵලය නිවැරදිව ලියා දක්වා නොමැති වීමයි.

එනම්, ඇතැම් අයදුම්කරුවන් $8^P - 3^P = 5k$, ලෙස වීජියව ප්‍රකාශ කළත් “මෙහි k යනු ධන නිඛිලයකි.” යන ප්‍රකාශය ලියා දක්වා නැත. එම හේතුවෙන් අපේක්ෂකයින් ලකුණු 5ක් අහිමි කර ගෙන ඇත.

2 වන ප්‍රශ්නය

2. $|x| < 2 - x^2$ **අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.**



$x \geq 0$ සඳහා
$x = 2 - x^2$
$x^2 + x - 2 = 0$
$(x+2)(x-1) = 0$
$\Rightarrow x = 1$ (5)

$x < 0$ සඳහා
$-x = 2 - x^2$
$x^2 - x - 2 = 0$
$(x-2)(x+1) = 0$
$\Rightarrow x = -1$ (5)

$\therefore$ විසඳුම : $\{ x \mid -1 < x < 1 \}$ (5) **25**

වෙනත් ක්‍රමයක්

$x \geq 0$ සඳහා
$x < 2 - x^2$ (5)
$x^2 + x - 2 < 0$
$(x-1)(x+2) < 0$
$\Rightarrow 0 \leq x < 1$ (5)

$x < 0$ සඳහා
$-x < 2 - x^2$ (5)
$x^2 - x - 2 < 0$
$(x+1)(x-2) < 0$
$\Rightarrow -1 < x < 0$ (5)

$\therefore$ විසඳුම : $\{ x \mid -1 < x < 1 \}$ (5) **25**

---

2 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

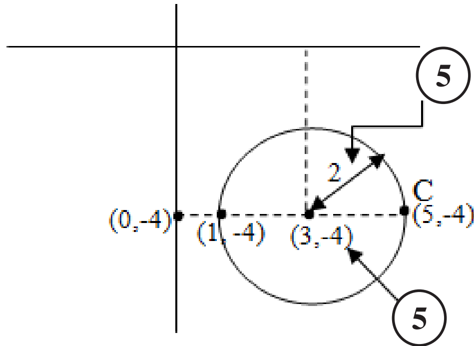
අයදුම්කරුවන්ගෙන් 93%ක් පමණ මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇතත් මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 26%කට සීමා වී ඇත. අපේක්ෂකයින්ට තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක මාපාංකය පිළිබඳ වීජීය අවබෝධය ඉතා අඩු බව දක්නට ලැබේ.

බොහෝ අපේක්ෂකයින් මෙම අසමානතාව විසඳීමේදී ලැබෙන බාහ්‍යය විසඳුම් (Extraneous Solutions) ඉවත් නොකිරීම නිසා නිවැරදි විසඳුම් කුලකය ලබා ගැනීමට අපොහොසත් වී ඇත. සමහර අපේක්ෂකයන් මෙම අසමානතාව වර්ග කිරීමෙන් විසඳුම් ලබා ගැනීමේ ක්‍රියාවලිය සංකීර්ණ තත්ත්වයට පත්කර ගෙන ඇත.

3 වන ප්‍රශ්නය

3. **ආගන්ඩ් සටහනක් මත $|z - 3 + 4i| = 2$ සමීකරණය සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව මගින් නිරූපණය කරනු ලබන ලක්ෂ්‍යයේ පථය වන C හි දළ සටහනක් අඳින්න. ඒනයින්, C මත පිහිටි z සඳහා $|z + 4i|$ හි වැඩිතම හා අඩුතම අගයන් සොයන්න.**

C යනු කේන්ද්‍රය $(3, -4)$ වූ ද අරය 2ක් වූ ද වෘත්තයකි. (5)



$$|z - 3 + 4i| = 2$$
$$|z - (3 - 4i)| = 2$$

$$|z + 4i| = |z - (-4i)|$$

$\therefore$ C මත z සඳහා $|z + 4i|$ හි වැඩිතම අගය 5 යි. (5)

$|z + 4i|$ හි අඩුතම අගය 1 යි. (5)

25

---

3 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අපේක්ෂකයන්ගෙන් 76%ක් පමණ පිළිතුරු සපයා ඇති මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 28%ක් පමණ අවම මට්ටමක පවතී. බොහෝ අපේක්ෂකයින් ආගන්ඩ් තලය හා කාටීසීය තලය අතර වෙනස හඳුනාගෙන නැත. එබැවින් මේ පිළිබඳව දැඩි අවධානයක් යොමු කිරීම අත්‍යවශ්‍ය වේ.

ආගන්ඩ් සටහනෙහි ලක්ෂ්‍ය දෙක නිවැරදිව ලකුණු කළ ද, ලක්ෂ 2ක් අතර දුර පිළිබඳ අවබෝධය අඩු නිසා පිළිතුරු සැපයීම දුර්වල මට්ටමක පවතී. පිළිතුර ලබා ගැනීමට අවශ්‍ය ජ්‍යාමිතික සම්බන්ධතා පිළිබඳ අවබෝධය ද මඳ බව පෙනේ.

4 වන ප්‍රශ්නය

4. $n \in \mathbb{Z}^+$ **හා** $n \geq 5$ **යැයි ගනිමු.** $\left(3x + \frac{2}{x}\right)^n$ **හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ** x^{n-10} **හි සංගුණකය 100 ට වඩා අඩු වේ.** n **හි අගය සොයන්න.**

$$\left(3x+\frac{2}{x}\right)^n = \sum_{r=0}^{n} {}^nC_r (3x)^{n-r}\left(\frac{2}{x}\right)^r$$

$$= \sum_{r=0}^{n} {}^nC_r 3^{n-r}\, 2^r\, x^{n-2r} \quad (5)$$

$$n-10 = n-2r \Rightarrow r = 5 \quad (5)$$

එම නිසා, x^{n-10} හි සංගුණකය = ${}^nC_5\, 3^{n-5}\, 2^5$

$${}^nC_5\, 3^{n-5} \times 32 < 100 \Rightarrow 3^{n-5} < \frac{100}{32}, \ \because {}^nC_5 > 1$$

(5)

$n \geq 5$ බව දී ඇත. $n = 5$ හෝ $n = 6$ වලංගු අගයන් වේ.

$n = 5$ $\quad 5! \cdot 3^0 < \frac{100}{32} \times 5!$ වලංගු වේ.

$n = 6$ $\quad 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 < \frac{100}{32} \times 5!$ වලංගු නොවේ. (5)

$\therefore \quad n = 5.$ (5)

25

---

4 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අපේක්ෂකයින්ගෙන් 83%ක් පමණ මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා තිබුණ ද, පහසුතාව 24% කට සීමා වී තිබුණි.

මෙයට හේතු විය හැක්කේ බොහෝ අපේක්ෂකයන් ද්විපද ප්‍රසාරණයේ සාධාරණ පදය නිවැරදිව ලියා $n - 10$ හි සංගුණකය සොයා ගත්ත ද ${}^nC_5\, 3^{n-5} \times 32 < 100$ අසමානතාව විසඳීමේ දී බොහෝ දුර්වලතා දක්වා තිබීමයි. මෙවන් අසමානතා නිවැරදිව විසඳන ආකාරය ගැන අපේක්ෂකයන් අවධානය යොමු කළ යුතුය.

5 වන ප්‍රශ්නය

5. $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා, $\lim_{y \to a} \frac{y^n - a^n}{y - a} = na^{n-1}$ ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ

$\lim_{x \to 0} \frac{\left(x + \sqrt{2}\right)^4 - 4}{\sin 4x} = 2\sqrt{2}$ බව පෙන්වන්න.

(5) (5)

$$\lim_{x\to 0} \frac{(x+\sqrt{2})^4 - 4}{\sin 4x} = \lim_{x\to 0}\left[\frac{(x+\sqrt{2})^4 - (\sqrt{2})^4}{(x+\sqrt{2}-\sqrt{2})} \cdot \frac{1}{4\frac{\sin 4x}{4x}}\right]$$

$$= \frac{1}{4}\lim_{x\to 0}\frac{(x+\sqrt{2})^4 - (\sqrt{2})^4}{(x+\sqrt{2}-\sqrt{2})} \cdot \frac{1}{\lim_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{4x}}$$

(5) (5)

$$= \frac{1}{4}.4.(\sqrt{2})^3.\frac{1}{1}$$ (දෙන ලද ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්) (5)

$$= (\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}.$$

25

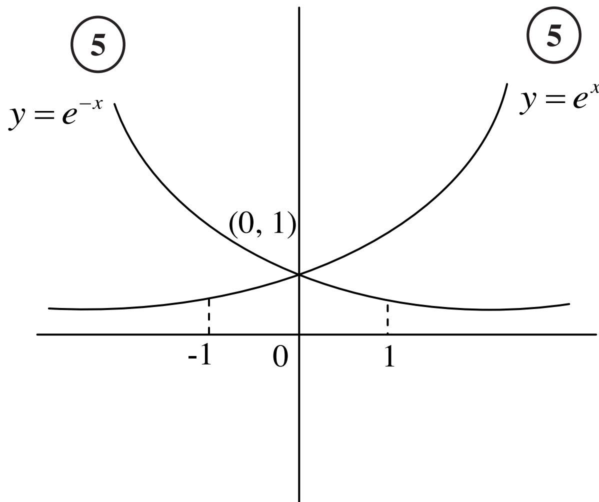
---

5 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා අපේක්ෂකයන්ගෙන් 86%ක් පිළිතුරු සපයා තිබූ අතර පහසුතාව 28%ක් විය. දී ඇති ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් පිළිතුරු සැපයීම පහසු වුවත් වැඩි දෙනෙකු එම ප්‍රතිඵලය භාවිත කර නැත. සීමා පිළිබඳ ප්‍රමේය නිවැරදිව භාවිත කිරීම දුර්වල මට්ටමක පවතී.

6 වන ප්‍රශ්නය

6. එක ම රූප සටහනක $y=e^x$ හා $y=e^{-x}$ වක්‍ර දෙකෙහි දළ සටහන් අඳින්න. x-අක්ෂයෙන් ද $-1 \le x \le 0$ පරාසය තුළ $y=e^x$ වක්‍රයෙන් හා $0 \le x \le 1$ පරාසය තුළ $y=e^{-x}$ වක්‍රයෙන් ද ආවෘත වන පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය $2\left(1-\frac{1}{e}\right)$ බව පෙන්වන්න.



$$A=\int_{-1}^{0} e^x\,dx+\int_{0}^{1} e^{-x}\,dx \quad (5)$$

$$=\left[e^x\right]_{-1}^{0}+\left[-e^{-x}\right]_{0}^{1} \quad (5)$$

$$=1-e^{-1}-e^{-1}+1$$

$$=2-2e^{-1} \quad (5)$$

$$=2\left(1-\frac{1}{e}\right)$$

25

---

6 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අපේක්ෂකයන්ගෙන් 78%ක් පමණ පිළිතුරු සපයා ඇති මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 24% කට සීමා වී පවතී. ඝාතීය ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය පිළිබඳ අවබෝධය ඉතා දුර්වල මට්ටමක පවතින බැවින් මෙම ප්‍රශ්නයට අපේක්ෂකයන් සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා නොතිබිණි.

7 වන ප්‍රශ්නය

7. **තාත්ත්වික θ පරාමිතියක් ඇසුරෙන්, xy-තලයේ C වක්‍රයක් $x = 2 + \cos 2\theta,\ y = 4\sin\theta$ යන සමීකරණ මගින් දෙනු ලැබේ. $\frac{dy}{dx}$ ව්‍යුත්පන්නය θ ඇසුරෙන් සොයා, $\theta = \frac{\pi}{4}$ වන ලක්ෂ්‍යයෙහි දී C වක්‍රයට ඇඳි අභිලම්බයේ සමීකරණය $x - \sqrt{2}y + 2 = 0$ බව පෙන්වන්න.**

C වක්‍රයෙහි පරාමිතික සමීකරණය : $x = 2 + \cos 2\theta$, $y = 4\sin\theta$.

$\frac{dx}{d\theta} = -2\sin 2\theta$, $\frac{dy}{d\theta} = 4\cos\theta$ (5)

$\frac{dy}{dx} = \frac{4\cos\theta}{-4\sin\theta\cos\theta} = -\frac{1}{\sin\theta}$ (5)

$\theta = \frac{\pi}{4}$ විට, $\frac{dy}{dx} = -\sqrt{2}$ අභිලම්බයේ අනුක්‍රමණය $= \frac{1}{\sqrt{2}}$ (5)

$(2, 2\sqrt{2})$ ලක්ෂ්‍යයෙහි අභිලම්බයේ සමීකරණය : (5)

$y - 2\sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}(x - 2)$ (5)

$\sqrt{2}y - 4 = x - 2 \Rightarrow x - \sqrt{2}y + 2 = 0.$

25

---

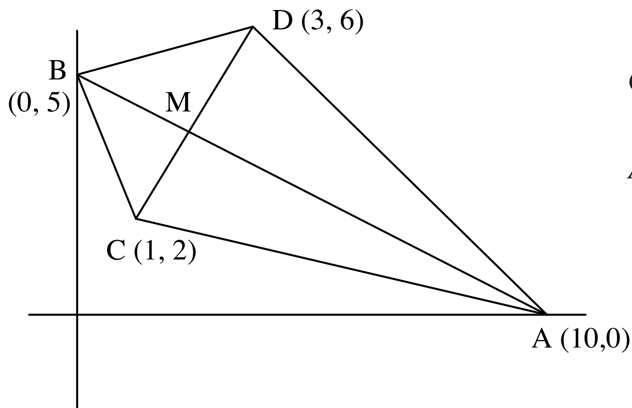
7 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 90%ක් ම පිළිතුරු සපයා ඇති මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 53%ක් පමණ වේ. පරාමිතික ආකාරයේ ඇති ශ්‍රිතයක් අවකලනය සඳහා දාම නීති යොදා ගැනීම හා පරාමිතියට අනුරූප ලක්ෂ්‍යය ලබා ගැනීම පිළිබඳ දැනුම ඉතා දුර්වල මට්ටමක පවතින අපේක්ෂකයන්ට ලකුණු ලබාගත නොහැකි වී තිබේ.

8 වන ප්‍රශ්නය

8. $A(10,0)$ **හා** $B(0,5)$ **ලක්ෂ්‍ය යා කරන සරල රේඛාව** $C(1,2)$ **හා** $D(3,6)$ **ලක්ෂ්‍ය යා කරන** CD **රේඛා ඛණ්ඩයෙහි ලම්බ සමච්ඡේදකය බව පෙන්වන්න.**

$ACBD$ **චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 25 ක් බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.**



CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය, $M(2, 4)$.

AB රේඛාවේ සමීකරණය : $\dfrac{y-5}{x-0} = -\dfrac{1}{2}$ (5)

$\Rightarrow x+2y-10=0$

$\because\ 2+2.4-10=0$ බැවින් M හි ඛණ්ඩාංක, ඉහත සමීකරණය සපුරාලයි. (5)

තවද, CD හි අනුක්‍රමණය $= \dfrac{6-2}{3-1} = \dfrac{4}{2} = 2.\ \therefore\ CD \perp AB.$ (5)

$ACBD$ හි වර්ගඵලය $= \dfrac{1}{2}\text{AB}\,(\text{MD}+\text{MC}) = \dfrac{1}{2}\text{AB.CD} = \dfrac{1}{2}\sqrt{100+25}\sqrt{2^2+4^2} = 25$ (5) (5)

25

---

8 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අපේක්ෂකයන්ගෙන් 90%ක් මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා තිබුණ ද පහසුතාව 38%කි. CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක නිවැරදිව සොයා නොතිබීම හා AB හි ලම්බ සමච්ඡේදකය CD බව පෙන්වා නොතිබීම අඩු පහසුතා දර්ශකයක් ලැබීමට හේතු ලෙස දැක්විය හැකිය.

9 වන ප්‍රශ්නය

9. O මූල ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ ද $y = 1$ රේඛාවේත් $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ වෘත්තයේත් ඡේදන ලක්ෂ්‍ය දෙක ඔස්සේ ද යන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හා අරය සොයන්න.

$x^2+y^2-2x-2y+1+\lambda(y-1)=0$ වෘත්තය (5) O මූලය ඔස්සේ යන බැවින්

$1-\lambda=0 \Rightarrow \lambda=1.$ (5)

අවශ්‍ය වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2+y^2-2x-y=0$ (5)

$$(x-1)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=1+\frac{1}{4}=\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$$

කේන්ද්‍රය $\left(1, \frac{1}{2}\right)$, අරය $=\frac{\sqrt{5}}{2}$

(5) (5)

25

---

9 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 83%ක් පිළිතුරු සපයා තිබූ මෙම ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 30%ක් විය. $S + \lambda u = 0$ භාවිතයෙන් පිළිතුරු ලබා ගැනීම පහසු වුවත්, මෙම ක්‍රමය භාවිත නොකොට වෘත්තයේ හා සරල රේඛාවේ සමීකරණය විසඳා, ඡේදන ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක ඇසුරෙන් පිළිතුරු ලබා ගැනීමට ප්‍රයත්න දැරීමෙන් පිළිතුරු සැපයීමේ ක්‍රියාවලිය සංකීර්ණ කරගෙන ඇත.

10 වන ප්‍රශ්නය

10. $\sin\alpha + \sin\beta = 1$ **හා** $\cos\alpha + \cos\beta = \sqrt{3}$ **යැයි ගනිමු; මෙහි** α **හා** β **සුළු කෝණ වේ.** $\alpha + \beta$ **හි අගය සොයන්න.**

α හා β දෙකම සුළු කෝණ වේ.

$\sin\alpha + \sin\beta = 1$, $\qquad 2\sin\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right) = 1$ (5)

$\cos\alpha + \cos\beta = \sqrt{3}$. $\qquad 2\cos\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\alpha-\beta}{2}\right) = \sqrt{3}$ (5)

බෙදීමෙන්, $\tan\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$, (5) $0 < \alpha, \beta < \dfrac{\pi}{2}$

$$\frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{\pi}{3}.$$ (5)

(5)

25

---

10 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයූ අපේක්ෂකයන්ගේ ප්‍රමාණය 87%ක් වන අතර පහසුතාව 26%ක් විය. අපේක්ෂකයන්ගෙන් වැඩි ප්‍රමාණයක් විසඳුමට අදාළ මුල් ලකුණු 15 ලබාගෙන තිබුණ ද "α හා β සුළු කෝණ වේ." යන දත්තය භාවිත නොකිරීමෙන් ඉතිරි ලකුණු 10 ලබා ගැනීමට අසමත් වී තිබිණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය I - B කොටස

11 වන ප්‍රශ්නය

11. (*a*) x හි මාත්‍රය 4 වූ $F(x)$, $G(x)$ හා $H(x)$ යන බහුපද පහත දැක්වෙන පරිදි දෙනු ලැබේ.

$F(x) \equiv (x^2 - \alpha x + 1)(x^2 - \beta x + 1)$, මෙහි α හා β තාත්ත්වික නියත වේ;

$G(x) \equiv 6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6$,

$H(x) \equiv x^4 + x^2 + 1$.

(i) $F(x) = 0$ හා $G(x) = 0$ යන දෙකට ම එක ම මූල තිබේ නම්, α හා β මූල වශයෙන් ඇති වර්ගජ සමීකරණය $6x^2 - 35x + 50 = 0$ බව පෙන්වන්න.

ඒනයින්, $G(x) = 0$ සමීකරණයෙහි සියලු ම මූල සොයන්න.

(ii) $F(x) \equiv H(x)$ වෙයි නම්, α හා β ට තිබිය හැකි අගයන් සොයා, $H(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල තාත්ත්වික **නො වන** බව පෙන්වන්න.

(*b*) (i) $f(x) \equiv 2x^4 + \gamma x^3 + \delta x + 1$ යැයි ගනිමු; මෙහි γ හා δ තාත්ත්වික නියත වේ. $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$ හා $f(-2) = 21$ බව දී ඇති විට, $f(x)$ හි තාත්ත්වික ඒකජ සාධක දෙක සොයන්න.

(ii) සියලු ම තාත්ත්වික x සඳහා $(x^2 + x + 1)\,P(x) + (x^2 - 1)\,Q(x) = 3x$ සමීකරණය සපුරාලන $P(x)$ හා $Q(x)$ ඒකජ ප්‍රකාශන දෙක සොයන්න.

(a) $F(x) = (x^2 - \alpha x + 1)(x^2 - \beta x + 1)$

$= x^4 - (\alpha + \beta)x^3 + (2 + \alpha\beta)x^2 - (\alpha + \beta)x + 1$ (5)

(i) $F(x) = 0$ හා $G(x) = 0$ එකම මූල සහිත නම්, එවිට $G(x) = 6F(x) \Rightarrow$

$6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 6[x^4 - (\alpha + \beta)x^3 + (2 + \alpha\beta)x^2 - (\alpha + \beta)x + 1]$ (5)

සංගුණක සමාන කිරීමෙන් : $\alpha + \beta = \frac{35}{6}$ (5)

$2 + \alpha\beta = \frac{62}{6} \Rightarrow \alpha\beta = \frac{62}{6} - 2 = \frac{50}{6}$ (5)

α හා β මූල වශයෙන් ඇති වර්ගජ සමීකරණය,

$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

$\Rightarrow x^2 - \frac{35}{6}x + \frac{50}{6} = 0$ (5)

$\Rightarrow 6x^2 - 35x + 50 = 0$

25

$\Rightarrow (3x - 10)(2x - 5) = 0$ (5)

$\Rightarrow x = {}^{10}/_{3}$ or $x = {}^{5}/_{2}$

$\alpha = {}^{10}/_{3}$ හා $\beta = {}^{5}/_{2}$ ලෙස ගනිමු.

(5) (5)

$G(x) = 0$ සමීකරණයේ මූල, $F(x) = 0$ මගින් දෙනු ලැබේ.

$\Leftrightarrow \left(x^2 - \frac{10}{3}x + 1\right)(x^2 - \frac{5}{2}x + 1) = 0$ (5)

$\Leftrightarrow (3x^2 - 10x + 3)(2x^2 - 5x + 2) = 0$

$\Leftrightarrow (x-3)(3x-1)(x-2)(2x-1) = 0$ (5)

$\Leftrightarrow x = 2, \frac{1}{2}, 3$ හෝ $\frac{1}{3}$

(5) (5)

35

(ii) $H(x) \equiv F(x)$ නම්

$x^4 + x^2 + 1 = x^4 - (\alpha+\beta)x^3 + (2+\alpha\beta)x^2 - (\alpha+\beta)x + 1$

$\Leftrightarrow \alpha + \beta = 0$ (5)

$2 + \alpha\beta = 1 \implies \alpha\beta = -1$ (5) } —— [*]

[*] $\Leftrightarrow \alpha(-\alpha) = -1 \implies \alpha^2 = 1$

$\Leftrightarrow \alpha = \pm 1$

එවිට $\beta = \mp 1$ } (5)

වෙනත් ක්‍රමයක්

$\therefore \alpha$ හා β, $x^2 - 1 = 0$ සමීකරණයේ මූල වේ.

$\Rightarrow x = \pm 1.$ (5)

$\alpha = 1$ හා $\beta = -1$ ලෙස ගනිමු.

$H(x) = 0$

$\Leftrightarrow F(x) = 0 \implies (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1) = 0$ (5)

$\Leftrightarrow x^2 - x + 1 = 0$ හෝ $x^2 + x + 1 = 0$

$\implies \Delta = (-1)^2 - 4(1)(1) < 0 \qquad \Delta' = 1 - 4(1)(1) < 0$ (5)

$\therefore H(x) = 0$ සමීකරණයට තාත්ත්වික මූල නොමැත.

25

(b) (i) $f(x) = 2x^4 + \gamma x^3 + \delta x + 1$

$f(-1/2) = 0$ බැවින්,

$$2\left(\frac{1}{16}\right) + \gamma\left(-\frac{1}{8}\right) + \delta\left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 0$$

$\Longrightarrow \; 1 - \gamma - 4\delta + 8 = 0$

$\Longrightarrow \; \gamma + 4\delta = 9$ (5)

$f(-2) = 21$ බැවින්,

$2(16) + \gamma(-8) + \delta(-2) + 1 = 21$

$\Longrightarrow \; 8\gamma + 2\delta = 12$

$\Longrightarrow \; 4\gamma + \delta = 6$ (5)

$\Longrightarrow \; \gamma = 1$ හා $\delta = 2$

(5) (5)

එම නිසා $f(x) = 2x^4 + x^3 + 2x + 1$

$= (2x + 1), (x^3 + 1), \; \because f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0.$

$= (2x + 1)(x + 1)(x^2 - x + 1)$

$f(x)$ හි ඒකජ සාධක දෙක $x + 1$ හා $2x + 1$ වේ.

(5) (5)

30

(ii) $(x^2 + x + 1)\, P(x) + (x^2 - 1)\, Q(x) = 3x$

$P(x) = ax + b$ හා $Q(x) = cx + d$ යැයි ගනිමු.

එවිට $(x^2 + x + 1)(ax + b) + (x^2 - 1)(cx + d) = 3x$ (5)

සංගුණක සමාන කිරීමෙන්,

$a + c = 0$............. (1) (5)

$b + a + d = 0$............... (2) (5)

$b + a - c = 3$................ (3) (5)

$b - d = 0$................ (4) (5)

(1) + (3) $\Longrightarrow 2a + b = 3$.................. (5)

(2) + (4) $\Longrightarrow \; 2b + a = 0$................. (6)

(5) න් හා (6) න්, $a = 2$ හා $b = -1$

(1) න්, $c = -2$, තවද (4) න් $d = -1$

$\therefore$ $P(x) = 2x - 1$ හා $Q(x) = -2x - 1$

(5) (5)

35

වෙනත් ක්‍රමයක්

(ii) $(x^2 + x + 1)\, P(x) + (x^2 - 1)\, Q(x) = 3x$

$P(x) = ax + b$ හා $Q(x) = cx + d$ යැයි ගනිමු.

එවිට $(x^2 + x + 1)(ax + b) + (x^2 - 1)(cx + d) = 3x$ (5)

$x = 1 : 3(a + b) = 3 \implies a + b = 1$ (5)

$x = -1 : \; -a + b = -3$ (5)

$x = 0 : \; -1 - d = 0$ (5)

$x = \frac{1}{2} : \; \left(\frac{1}{4} - 1\right)\left(-\frac{c}{2} - 1\right) = \frac{3}{2}$ (5)

$x = 0 : \; -1 - d = 0 \implies d = -1$

$\implies c = -2$

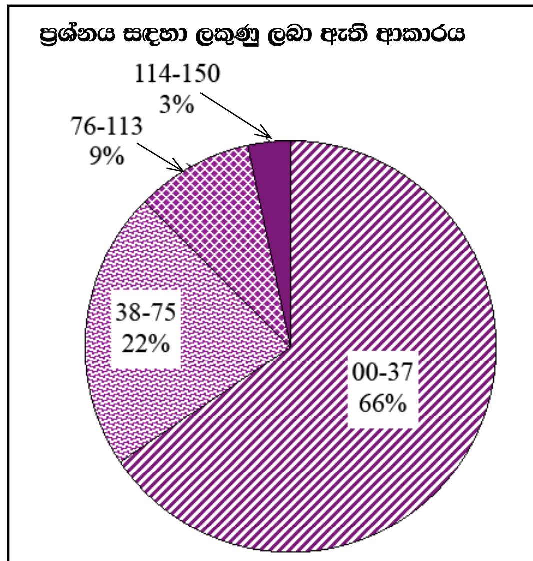
$P(x) = 2x - 1$ $\qquad Q(x) = -2x - 1$

(5) (5)

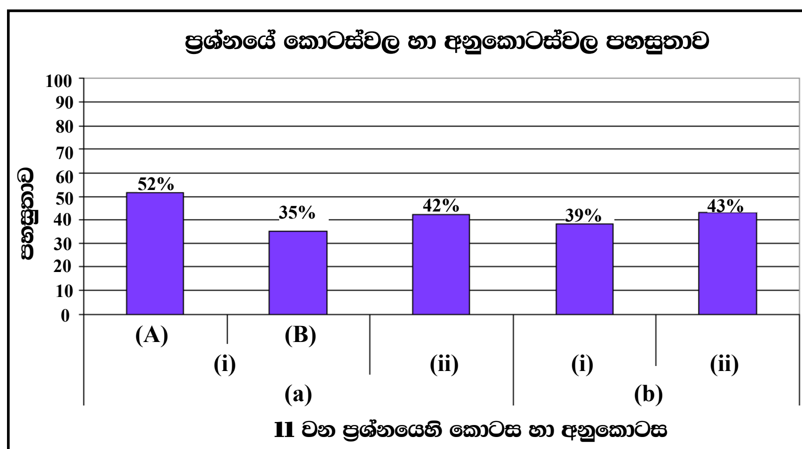
35

---

11 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය පිළිතුරු සපයා ඇති අපේක්ෂකයන් ප්‍රමාණය 69% ක් වන අතර පහසුතාව 42% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 66%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 22%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 9%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 3%ක් පමණ ද,
ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 5ක් ඇති අතර සියලුම අනුකොටස්වල පහසුතා 35% ඉක්මවා ඇත. ඒවා අතුරෙන් එක කොටසක් පමණක් පහසුතාව 50% ඉක්මවා ඇත.

(B) කොටසෙහි පහසුතාව අඩුම ප්‍රශ්නය 11 වැනි ප්‍රශ්නය වේ. සියලුම අනුකොටස්වල පහසුතාව 35% - 52% අතර පවතී.

(a) 4 වන ගණයේ සමීකරණයක් විසඳන සාධාරණ ආකාරය විෂය නිර්දේශයෙහි නොමැති වුවත් මෙම කොටසෙන් 4 වන ගණයේ සමීකරණයක් $(x^2 - \alpha x + 1)(x^2 - \beta x + 1) = 0$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි නම් එය විසඳන ආකාරය ඉදිරිපත් කෙරේ. මෙම කොටස සිසුන්ගේ ගණිතමය තීක්ෂණ හැකියාව මනින කොටසකි. බොහෝ සිසුන් යාන්ත්‍රික වීම, B කොටසේ පහසුතාව අඩුම ප්‍රශ්නය 11 වන ප්‍රශ්නය වීමට දායක වී ඇතැයි උපකල්පනය කළ හැකි බව පෙනේ.

(b) (i) කොටස සඳහා සාධක ප්‍රමේයය හා ශේෂ ප්‍රමේයය නිවැරදිව භාවිත නොකිරීම නිසා γ, δ නියත සොයා ගැනීමට අපහසු වී ඇත. එම නිසා සාර්ථකව පිළිතුරු දීමට නොහැකි වී ඇත.

(ii) කොටස සඳහා සමහර අපේක්ෂකයන් $P(x)$ හා $Q(x)$ අදාළ පරිදි තෝරාගෙන නැත. සමගාමී සමීකරණ විසඳීමේ දුර්වලතා නිසා ලකුණු ලබා ගැනීම අපහසු වී ඇත.

සිසුන් තුළ මූලික වීජීය ගණිත සංකල්ප වර්ධනය කිරීමටත්, දී ඇති උපදෙස් කියවා ප්‍රශ්නය නිවැරදිව තේරුම් ගැනීමටත් හැකි වන සේ ඔවුන් සරල අභ්‍යාසවල නිරත කරවීම ඵලදායි වේ.

12 වන ප්‍රශ්නය

12. (*a*) නිපුණතා සංදර්ශන තරගයක විනිසුරුවන් ලෙස කටයුතු කිරීම සඳහා සාමාජික සාමාජිකාවන් හතර දෙනකුගෙන් සමන්විත විනිසුරු මඬුල්ලක් පිහිටුවා ගත යුතුව ඇත. මෙම විනිසුරු මඬුල්ල තෝරා ගත යුතුව ඇත්තේ ක්‍රීඩිකාවන් තුන් දෙනකු, ක්‍රීඩකයින් දෙදෙනකු, ගායිකාවන් හය දෙනකු, ගායකයින් පස් දෙනකු, නිළියන් දෙදෙනකු හා නළුවන් හතර දෙනකුගෙන් සමන්විත කණ්ඩායමකිනි. ප්‍රධාන විනිසුරු, ක්‍රීඩකයකු හෝ ක්‍රීඩිකාවක හෝ විය යුතු ය. විනිසුරු මඬුල්ලේ අනෙක් තිදෙනා තෝරා ගත යුතු වන්නේ ක්‍රීඩක ක්‍රීඩිකාවන් හැර කණ්ඩායමේ ඉතිරි අයගෙන් ය. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාවේ දී විනිසුරු මඬුල්ල පිහිටුවා ගත හැකි වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

(i) අඩු තරමින් එක් ගායිකාවක හා එක් ගායකයකු මඬුල්ලට ඇතුළත් විය යුතු ම නම්,

(ii) ප්‍රධාන විනිසුරු ඇතුළුව පිරිමි දෙදෙනකු හා ගැහැනු දෙදෙනකු මඬුල්ලේ සිටිය යුතු ම නම්,

(iii) ප්‍රධාන විනිසුරු ක්‍රීඩිකාවක විය යුතු ම නම්.

(*b*) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $A(r+5)^2 - B(r+1)^2 = r + C$ වන පරිදි A, B හා C නියතවල අගයන් සොයන්න.

ඒනයින්, අපරිමිත ශ්‍රේණියක r වන පදය $U_r = \dfrac{8}{(r+1)^2(r+3)(r+5)^2}$ යන්න $f(r) - f(r+2)$ ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $f(r)$ යනු නිර්ණය කළ යුතු ශ්‍රිතයක් වේ.

$\sum_{r=1}^{n} U_r$ ශ්‍රේණියේ ඓක්‍යය සොයා, $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ශ්‍රේණිය, $\dfrac{1}{8^2} + \dfrac{1}{15^2}$ ඓක්‍යයට අභිසාරී වන බව **අපෝහනය** කරන්න.

(a)

	ක්‍රීඩකයින්	ක්‍රීඩිකාවන්	ගායකයන් (MS)	ගායිකාවන් (FS)	නළුවන්	නිළියන්
	2	3	**5**	6	**4**	2
මඬුල්ල :	ප්‍රධානි		අනෙක් තිදෙනා			

(i) ප්‍රධානි 1+ FS 1+ MS1+ අනෙක් 1 $\Rightarrow {}^5C_1 \times {}^6C_1 \times {}^5C_1 \times {}^6C_1$ (5) +

ප්‍රධානි 1+ FS 2 +MS 1 $\Rightarrow {}^5C_1 \times {}^6C_2 \times {}^5C_1$ (5) + } (5)

ප්‍රධානි 1 + FS 1 + MS 2 $\Rightarrow {}^5C_1 \times {}^6C_2 \times {}^5C_2$ (5)

$= 900 + 375 + 300 = 1575$ (5) **25**

(ii) ගැහැණු ප්‍රධානි + ගැහැණු 1 + පිරිමි 2 $\Rightarrow {}^3C_1 \times {}^8C_1 \times {}^9C_2$ (5) (5) + (5)

පිරිමි ප්‍රධානි + ගැහැණු 2 + පිරිමි 1 $\Rightarrow {}^2C_1 \times {}^8C_2 \times {}^9C_1$ (5) (5)

$= 864 + 504 = 1368$ (5) **30**

(iii) ප්‍රධානි ලෙස ක්‍රීඩිකාවක් + ඕනෑම අනෙක් 3 දෙනෙක් $\Rightarrow {}^3C_1 \times {}^{17}C_3$ (5) (5)

$= 2040$ (5) **15**

(b) $A(r+5)^2 - B(r+1)^2 \equiv r + C$

$A(r^2 + 10r + 25) - B(r^2 + 2r + 1) \equiv r + C$

සංගුණක සමාන කිරීමෙන් ;

$r^2 : \quad A - B = 0$ (5)

$r \quad : \quad 10A - 2B = 1$ (5)

$r^0 : \quad 25A - B = C$ (5)

$A = B = \frac{1}{8}$, (5) $C = 24A = 3$ (5) එවිට $(r+5)^2 - (r+1)^2 \equiv 8(r+3)$ **25**

දෙන ලද U_r සලකන්න :

$$U_r = \frac{8(r+3)}{(r+1)^2(r+3)^2(r+5)^2} = \frac{(r+5)^2 - (r+1)^2}{(r+1)^2(r+3)^2(r+5)^2}$$ (5) (5)

$$= \frac{1}{(r+1)^2(r+3)^2} - \frac{1}{(r+3)^2(r+5)^2}$$

$= f(r) - f(r+2)$ මෙහි $f(r) = \frac{1}{(r+1)^2(r+3)^2}$ (5) **15**

$U_r = f(r) - f(r+2)$

$r = 1, 2, ..., n$ සඳහා

$U_1 = f(1) - f(3)$ (10)

$U_2 = f(2) - f(4)$

$U_3 = f(3) - f(5)$

$\vdots \qquad \vdots$

$U_{n-2} = f(n-2) - f(n)$

$U_{n-1} = f(n-1) - f(n+1)$

$U_n = f(n) - f(n+2)$ (10)

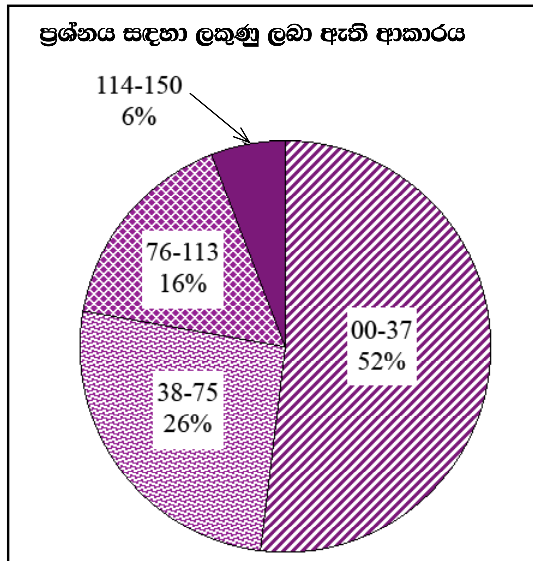
$$\sum_{r=1}^{n} U_r = f(1) + f(2) - f(n+1) - f(n+2)$$ (5)

$$= \frac{1}{2^2 4^2} + \frac{1}{3^2 5^2} - \frac{1}{(n+2)^2(n+4)^2} - \frac{1}{(n+4)^2(n+6)^2}$$ (5) (5)

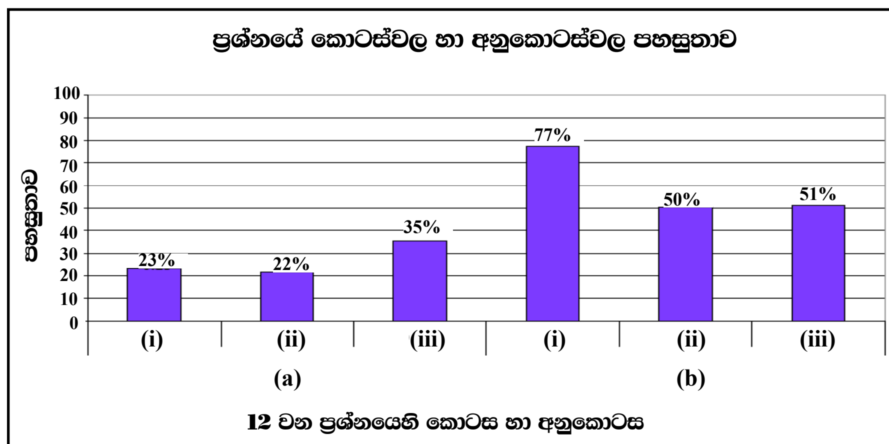
$\therefore \sum_{r}^{\infty} U_r = \frac{1}{8^2} + \frac{1}{15^2}$, $n \to \infty$ විට අවසාන පද දෙක ශුන්‍යය කරා එළඹෙන බැවින්, (5) **40**

---

12 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා ඇති අපේක්ෂකයන් ප්‍රමාණය 83% ක් වන අතර පහසුතාව 45% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 52%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 26%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 16%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 6%ක් පමණ ද,
ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් හයක් ඇති අතර (a) කොටසට වඩා (b) කොටසෙහි පහසුතාව වැඩි වී ඇත. (b) (i) යටතේ ඇති අනුකොටසෙහි වැඩිම පහසුතාව 77% වන අතර (a) (i) හා (ii) අනුකොටස් අඩුම පහසුතාව වන 23%, 22% ලබාගෙන ඇත. සමස්ත පහසුතාව 45%කි.

මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳව සලකා බැලීමේදී බොහෝ අපේක්ෂකයින් (a) කොටසට වඩා යාන්ත්‍රිකව පිළිතුරු සැපයිය හැකි (b) කොටසින් වඩා වැඩි ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබා ගැනීමට නැඹුරු වී ඇති බව පැහැදිලි වේ.

(a) කොටසෙහි වැඩි දත්ත ප්‍රමාණයක් දී ඇති නිසා එම දත්ත නිවැරදිව ගොනුකර ගෙන නැත. බොහෝ අපේක්ෂකයින් පිළියෙල කිරීම් හා තෝරා ගැනීම් පටලවා ගෙන ඇත. මෙහි පහසුතාව 25%ක් පමණ වේ.

(b) කොටසෙහි,

(i) A, B, C නියතවල අගයන් සෙවීම සාර්ථකව සිදු කර ඇත.

(ii) f(r) තෝරා ගැනීම දුර්වල මට්ටමක පවතින බැවින් ඇතැම් අපේක්ෂකයන්ට ලකුණු ලබා ගැනීම අපහසු වී ඇත. මෙහි පහසුතාව 61%ක් පමණ වේ.

13 වන ප්‍රශ්නය

13. (*a*) **A**, **B** හා **C** න්‍යාස තුනක්

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}0 & 2 & -3\\ 0 & -1 & 2\end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix}a & b & 0\\ c & d & 0\end{pmatrix} \text{ හා } \mathbf{C}=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 2 & 3\\ 1 & 2\end{pmatrix}$$ මගින් දෙනු ලැබේ.

(i) $\mathbf{AC}=\mathbf{I}_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ බව පෙන්වන්න. **CA** ගුණිතයත් සොයන්න.

(ii) $\mathbf{BC}=\mathbf{I}_2$ වන පරිදි a, b, c හා d හි අගයන් සොයන්න.

(iii) $(\lambda\mathbf{A}+\mu\mathbf{B})\mathbf{C}=\mathbf{I}_2$ වෙයි නම්, λ හා μ සම්බන්ධ කෙරෙන සමීකරණයක් ලබා ගන්න.

$\mathbf{D}=\begin{pmatrix}-3 & 8 & -6\\ 2 & -5 & 4\end{pmatrix}$ න්‍යාසය, **A** හා **B** ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කර, **එනයින්**, **DC** ගුණිතය සොයන්න.

(*b*) z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් $z=\cos\theta+i\sin\theta$ ලෙස දෙනු ලැබේ; මෙහි $\theta(-\pi<\theta\leq\pi)$ තාත්ත්වික පරාමිතියකි. ආගන්ඩ් සටහනක් මත z නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යයේ C පථය සොයන්න.

$\cos\theta$ හා $\sin\theta$ සඳහා ප්‍රකාශන z හා $\frac{1}{z}$ ඇසුරෙන් ලබා ගන්න.

$w=\frac{2z}{z^2+1}$ හා $t=\frac{z^2-1}{z^2+1}$ යැයි ගනිමු; මෙහි z යන්න $z\neq\pm i$ වන පරිදි C මත පිහිටයි.

(i) $\text{Im}(w)=0$ හා $\text{Re}(t)=0$ බව පෙන්වන්න. **එනයින්**, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, $w^2+t^2=1$ බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(ii) $w=2$ සමීකරණය සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සොයන්න.

(iii) $t=i$ සමීකරණය සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සොයන්න.

(a) $A=\begin{pmatrix}0 & 2 & -3\\ 0 & -1 & 2\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}a & b & 0\\ c & d & 0\end{pmatrix}$ හා $C=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 2 & 3\\ 1 & 2\end{pmatrix}$

(i) $AC=\begin{pmatrix}4-3 & 0\\ 0 & -3+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=I_2$ (5)

$CA=\begin{pmatrix}0 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ (5)

10

(ii) $BC=\begin{pmatrix}3a+2b & 4a+3b\\ 3c+2d & 4c+3d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ (5)

1 වැනි පේළිය

$3a+2b=1$, $4a+3b=0$ (5) $3a+2\left(\frac{-4a}{3}\right)=1$

$a=3, b=-4$ (5)

2 වැනි පේළිය (5)

$3c+2d=0$, $4c+3d=1$ (5) $4c+3\left(\frac{-3c}{2}\right)=1$

$c=-2, d=3$ (5)

$\therefore\ A=\begin{pmatrix}3 & -4 & 0\\ -2 & 3 & 0\end{pmatrix}$ (5)

35

(iii) $(\lambda A + \mu B)C = \lambda AC + \mu BC = (\lambda + \mu)I_2 = I_2$ (5)

$\Rightarrow (\lambda + \mu - 1)I_2 = 0 \Rightarrow \lambda + \mu = 1$ (5) **10**

$D = \begin{pmatrix} -3 & 8 & -6 \\ 2 & -5 & 4 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ (5)

1 වැනි තීරුව   3 වැනි තීරුව

$\mu = -1$ (5) $\lambda = 2$ (5) **15**

එම නිසා $D = 2A - B$ හා $DC = (2A - B)C = 2AC - BC$ (5)

$= 2I_2 - I_2 = I_2$ (5) **10**

(b) $z = \cos\theta + i\sin\theta$, $(-\pi < \theta \leq \pi)$

$|z| = \sqrt{\cos^2\theta + \sin^2\theta} = 1;$

z නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යය අරය 1 හා කේන්ද්‍රය O වූ C වෘත්තය මත පිහිටයි. (5) (5)

$\bar{z} = \cos\theta - i\sin\theta = \frac{1}{z}$ (5)

$z + \bar{z} = 2\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2}\left(z + \frac{1}{z}\right)$ (5)

$z - \bar{z} = 2i\sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{2i}\left(z - \frac{1}{z}\right)$ (5) **25**

(i) $w = \frac{2z}{z^2+1} = \frac{2}{z + \frac{1}{z}} = \frac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$ (5) $\therefore \mathrm{Im}(w) = 0$

$t = \frac{z^2-1}{z^2+1} = \frac{z - \frac{1}{z}}{z + \frac{1}{z}} = \frac{i\sin\theta}{\cos\theta} = i\tan\theta$; $\therefore \mathrm{Re}(t) = 0$ (5) **10**

$w^2 + t^2 = \sec^2\theta + (i\tan\theta)^2 = \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ (5) **5**

(ii) $w = 2 \Rightarrow \frac{1}{\cos\theta} = 2$ හෝ $\cos\theta = \frac{1}{2}$ (5)

දෙන ලද ප්‍රාන්තරය තුළ $\theta = \pm\frac{\pi}{3}$ (5) $z = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2},\ z = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ (5) **15**

(iii) $t = i \Rightarrow i\tan\theta = i$ (5)

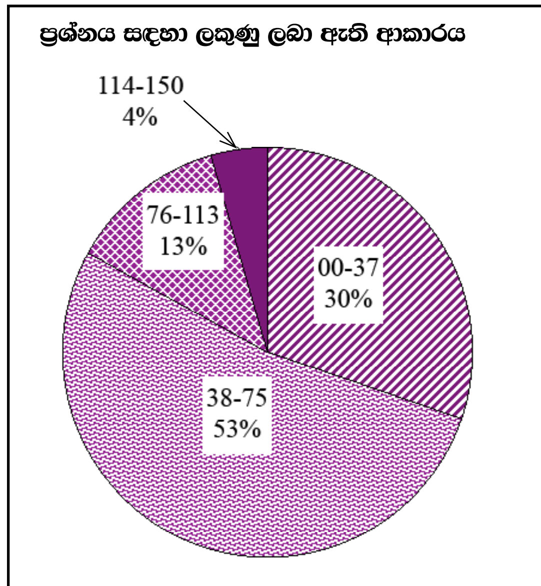
$\Rightarrow \tan\theta = 1$

දෙන ලද ප්‍රාන්තරය තුළ $\theta = \pi/4$ හෝ $\theta = (-3\pi)/4.$ (5)

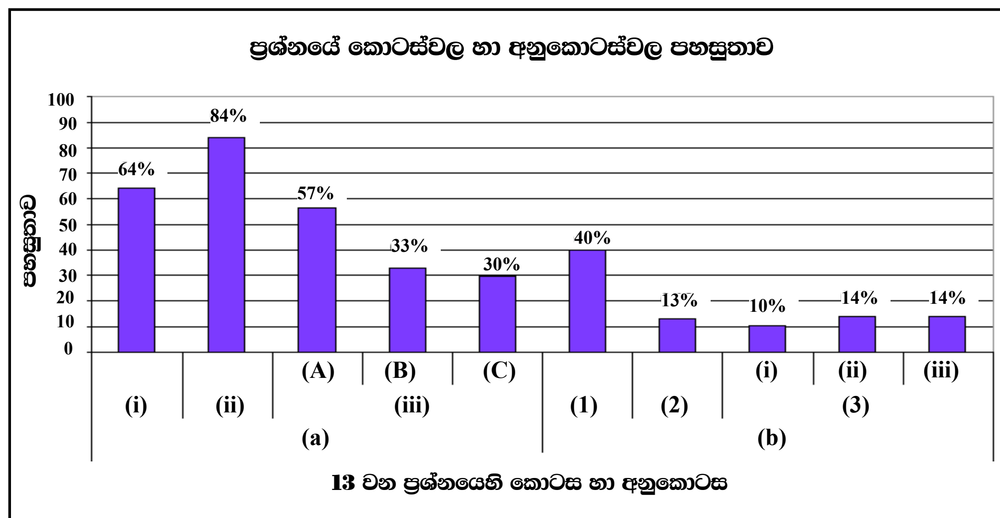
$z = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}},\ z = -\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}\right)$ (5) **15**

---

13 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා ඇති අපේක්ෂකයන් ප්‍රමාණය 76% ක් වන අතර පහසුතාව 50% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 30%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 53%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 13%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 4%ක් පමණ ද,
ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි අනුකොටස් 10ක් ඇත. ඒවා අතුරින් (a) කොටසේ (ii) අනු කොටසෙහි පහසුතාව උපරිම වන අතර එය 84% කි. (b) කොටසෙහි (i) අනු කොටසෙහි පහසුතාව අවම වන අතර එය 10%කි.

මෙම ප්‍රශ්නය එකිනෙකට වෙනස් කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ. (a) කොටසට න්‍යාස ද (b) කොටසට සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ද පාදක වී ඇත.

(a) කොටසට පිළිතුරු සැපයීම තරමක් සාර්ථක වේ. මෙම කොටසෙහි පහසුතාව 30% හා 84% අතර පවතී. සුළු කිරීම් දුර්වලතා නිසා බොහෝ අයදුම්කරුවන් 3වන අනුකොටසට සාර්ථකව පිළිතුරු දී නොමැත. මෙහි සමස්ත පහසුතාව 65%කි.

(b) කොටසෙහි මුල් අනුකොටස පමණක් තරමක් සාර්ථක වී ඇත. එහි පහසුතාව 40%කි. නමුත් ඉතිරි අනුකොටස් සඳහා සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා නැත. සංකීර්ණ සංඛ්‍යා පිළිබඳ නිවැරදි අවබෝධයක් ලැබෙන අභ්‍යාසවල නිරත වීමෙන් ලැබෙන පරිචය බොහෝ අයදුම්කරුවන් තුළ නොවූ බව පෙනේ. විෂය නිර්දේශයේ 13 ශ්‍රේණියේ අවසාන වාරයේ මෙම විෂය කොටස ඉදිරිපත් කර ඇති බැවින් සිසුන් විශාල ප්‍රමාණයකට මෙම විෂය කොටස මඟ හැරේ. සෑම වසරකම මෙම විෂය කොටසෙන් ලැබෙන ප්‍රශ්නයට අදාළ සිසුන්ගේ පිළිතුර මගින් මේ බව සනාථ වේ. සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සම්බන්ධ ප්‍රශ්නය වන 13(b) කොටසේ පහසුතාව 20%කට වඩා අඩු වීමෙනුත් පෙනී යන්නේ සංඛ්‍යා පිළිබඳ ව අපේක්ෂකයින්ගේ දැනුමේ අඩු කමයි.

සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් ත්‍රිකෝණමිතික ආකාරයට (ධ්‍රැවක ආකාරයට) ප්‍රකාශ කිරීමේදී ප්‍රධාන විස්තාරය පිළිබඳ අවබෝධය වැඩිවන පරිදි සහ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා වීජීය ප්‍රකාශන සුළු කිරීමේදී සම්ප්‍රදායික ආකාරයට නොගොස් සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවල වීජීය ගුණ භාවිතයෙන් සුළු කිරීම ප්‍රගුණ කිරීමට අවශ්‍ය පරිදි අභ්‍යාසවල සිසුන් යෙදවීම කළ යුතුය.

14 වන ප්‍රශ්නය

14. (*a*) $x \neq 0$ සඳහා $y = x \sin\frac{1}{x}$ යැයි ගනිමු.

(i) $x\,\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = y - \cos\frac{1}{x}$ හා

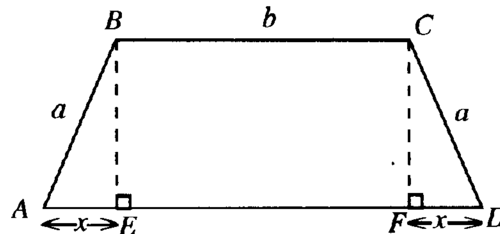
(ii) $x^4\,\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} + y = 0$

බව පෙන්වන්න.

(*b*) $x \neq 1$ සඳහා $f(x) = \frac{2x^2+1}{(x-1)^2}$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි පළමු ව්‍යුත්පන්නය හා හැරුම් ලක්ෂ්‍යය සොයන්න. හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා ස්පර්ශෝන්මුඛ දක්වමින්, $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(*c*) දී ඇති රූපයෙහි, $ABCD$ යනු, BC හා AD සමාන්තර පාද සහිත ත්‍රපීසියමකි. සෙන්ටිමීටරවලින් මනිනු ලබන එහි පාදවල දිග $AB = CD = a$, $BC = b$ හා $AD = b + 2x$ මගින් දෙනු ලැබේ; මෙහි $0 < x < a$ වේ. BE හා CF යනු පිළිවෙළින් B හා C ශීර්ෂවල සිට AD පාදය මතට ඇඳි ලම්බ වේ.



$ABCD$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $S(x)$, වර්ග සෙන්ටිමීටරවලින් $S(x) = (b+x)\sqrt{a^2 - x^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

$a = \sqrt{6}$ හා $b = 4$ නම්, x හි එක්තරා අගයකට $S(x)$ උපරිම වන බව තවදුරටත් පෙන්වා, x හි මෙම අගය හා ත්‍රපීසියමේ උපරිම වර්ගඵලය සොයන්න.

(a) $y = x.\sin(1/x)\,,\, x \neq 0$

(i) $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \sin(1/x) + x\left(\frac{-1}{x^2}\right)\cos(1/x)$ (5) x වලින් ගුණ කිරීමෙන් (5)

$\Rightarrow x\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = y - \cos(1/x)$ **10**

(ii) x විෂයයෙන් අවකලනයෙන් හා $\sin(1/x) = y/x$ යෙදීමෙන් :

$x\,\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + \sin(1/x).\left(\frac{-1}{x^2}\right)$ (10)

x^3 මගින් ගුණ කිරීමෙන් $\Rightarrow$ $x^4\,\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2} + y = 0$ (5) **10**

(b) $f(x) = \frac{2x^2+1}{(x-1)^2} \quad , x \neq 1$

$$f'(x) = \frac{(x-1)^2.4x-(2x^2+1).2(x-1)}{(x-1)^4}$$ (10)

$$= \frac{(x-1)4x-2(2x^2+1)}{(x-1)^3}$$

$$= \frac{-2\,(2x+1)}{(x-1)^3} \quad ; (x \neq 1)$$ (5)

15

$x = \frac{-1}{2}$ වන විට $f'(x) = 0$ වේ. (5)

05

$x = 1$ වන විට $f'(x)$ නොපවතී.

$\Rightarrow x = 1$ හිදී සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛයක් ඇත. (5)

	$x < (-1/2)$	$(-1/2) < x < 1$	$1 < x$
$f'(x)$ හි ලකුණ	(-)	(+)	(-)
	↘	↗	↘

(10)

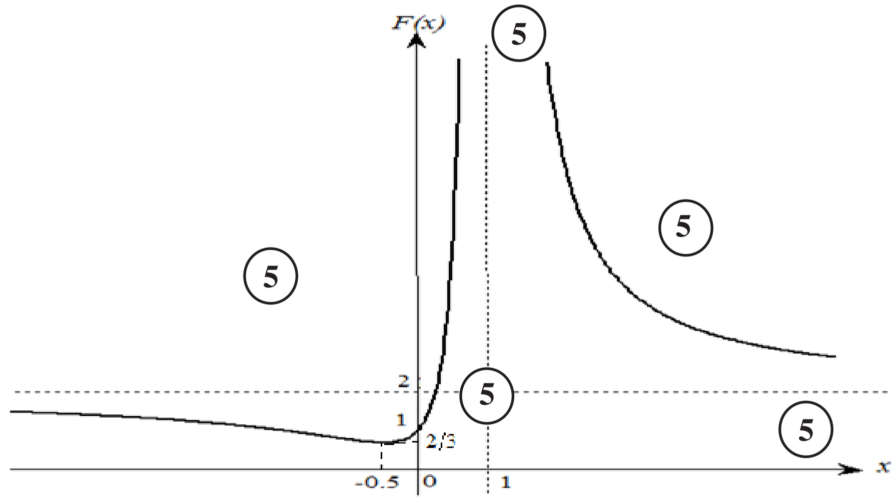
$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2(-1/2)^2+1}{\left(\frac{-1}{2}-1\right)^2} = \frac{3/2}{(-3/2)^2} = 2/3$ (5)

$\therefore f(x), \left(\frac{-1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේදී ස්ථානීය අවමයක් ගනී.

$x > 1$ හා $f'(x) < 0$

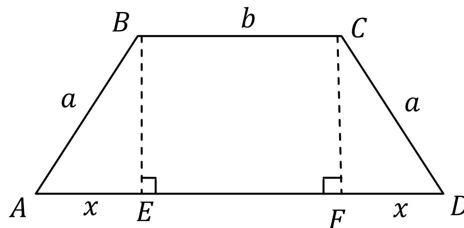
$x \to +\infty, \quad f(x) \to 2$

$x \to -\infty, \quad f(x) \to 2.$ (5)



50

(c)



වර්ගඵලය : $S(x) = 2 \times \frac{1}{2}\, x\left(\sqrt{a^2 - x^2}\right) + b\sqrt{a^2 - x^2} \;=\; (b + x)\sqrt{a^2 - x^2}$ (10)

10

$a = \sqrt{6}$, $b = 4$ ආදේශයෙන්,

$S(x) = (4 + x)\sqrt{6 - x^2}$ (5)

$\frac{dS}{dx} = (4 + x)\frac{1}{2\sqrt{6-x^2}}(-2x) + \sqrt{6 - x^2}$ (5)

$\frac{dS}{dx} = \frac{-x\ (4 + x) + 6 - x^2}{2\sqrt{6-x^2}}$

$\frac{dS}{dx} = \frac{-2x^2-4x+6}{\sqrt{6-x^2}} = \frac{-2(x^2+2x-3)}{\sqrt{6-x^2}}$ (5)

$\frac{dS}{dx} = 0$ වන විට $x^2 + 2x - 3 = 0$ (5)

$(x + 3)(x - 1) = 0$

x ධන බැවින් $x = 1$ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයක් දෙයි. (5)

	$0 < x < 1$	$1 < x < \sqrt{6}$
$S'(x)$ හි ලකුණ	(+)	(-)
	╱ (5)	╲ (5)

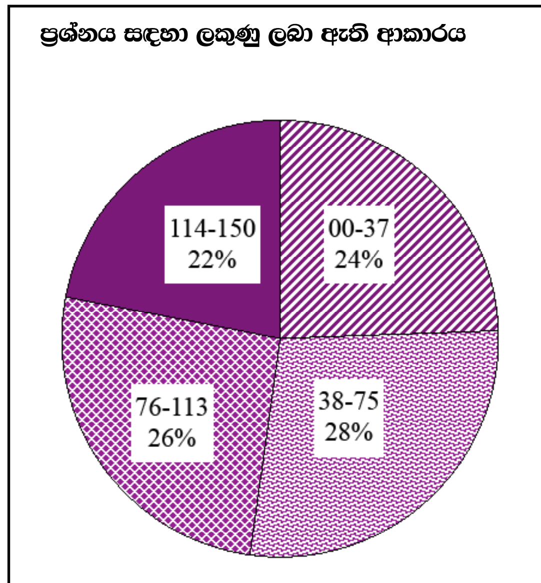
$\therefore x = 1$ හිදී $S(x)$ උපරිම වේ. (5)

$S(x)$ හි උපරිම අගය, $S(1) = (4 + 1)\sqrt{6 - 1} = 5\sqrt{5}$ වර්ග ඒකක. (5)

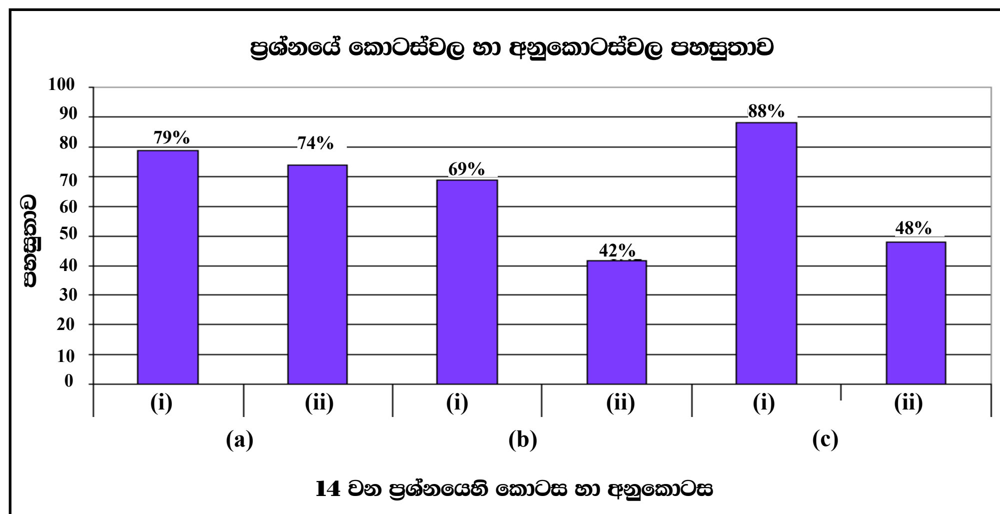
45

---

14 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 99% කි. මෙහි පහසුතා දර්ශකය 57% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 24%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 28%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 26%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 22%ක් පමණ ද,
ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙම ප්‍රශ්නයේ ප්‍රධාන කොටස් තුනක් අනු කොටස් හයකට බෙදා ඇත. මෙහි (c) කොටසේ (i) අනුකොටසට වැඩිම පහසුතාව ඇති අතර එය 88%කි. මෙහි අඩුම පහසුතාව දක්වන්නේ (b) (ii) කොටස වන අතර එය 42% කි.

මෙම ප්‍රශ්නය සමස්ත වශයෙන්, අවකලනය සහ අවකලන සංගුණකයෙහි භාවිත මත පදනම් වූ ප්‍රශ්නයකි. එකිනෙකින් ස්වායත්ත කොටස් තුනකින් සමන්විත වේ. මෙහි පහසුතාව 99%ක් වන අතර (b) කොටසේ පහසුතාව වැඩිම ප්‍රශ්නය මෙය වේ.

(a) කොටස සුපුරුදු රටාවේ ප්‍රශ්නයක් වන අතර, එයට සාර්ථකව පිළිතුරු ලබා දී තිබුණි.

(b) කොටසේ (i) අනුකොටසේදී සුළු කිරීම් දෝෂ සිදුකර ඇති බැවින් සමහර අපේක්ෂකයන් හැරුම් ලක්ෂ්‍යය නිවැරදිව ලබාගෙන නොතිබිණි. එබැවින් ප්‍රස්තාරය දෝෂ සහිත විය.

සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ දෙපස වක්‍රයේ හැසිරීම සාකච්ඡා කර නොතිබීම හේතුවෙන් සමහර අපේක්ෂකයින්ට සම්පූර්ණ ලකුණු ලබා ගැනීමට නොහැකි වී තිබිණි.

(c) කොටසේ (i) අනුකොටසට බොහෝ සිසුන් සාර්ථකව පිළිතුරු ලබා දී තිබුණ ද (ii) අනුකොටස සඳහා $x = -3$ සහ $x = 1$ අතුරින් නිවැරදි පිළිතුර තෝරා නොගැනීම හේතුවෙන් එම කොටස සඳහා සම්පූර්ණ ලකුණු ලබාගැනීමට අසමත් වී ඇත. x හි අවසාන ප්‍රාන්තරයේ උඩත් සීමාව නොගැනීම බොහෝ සිසුන් සිදු කර ඇති අඩුපාඩුවකි.

සිරස් හා තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ සෙවීම පිළිබඳ සිසුන්ගේ දැනුම වර්ධනය වන පරිදි නිවැරදි ආකාරයට ගණිත සංකල්ප ලබා දිය යුතුය.

15 වන ප්‍රශ්නය

15. (a) $\int_0^{\pi} f(x)\,dx = \int_0^{\pi} f(\pi - x)\,dx$ බව පෙන්වන්න.

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\,dx = \frac{\pi}{4}$ බවත් පෙන්වන්න.

ඒනයින්, $\int_0^{\pi} x\sin^2 x\,dx = \frac{\pi^2}{4}$ බව පෙන්වන්න.

(b) සුදුසු ආදේශයක් හා **කොටස් වශයෙන් අනුකලන** ක්‍රමය භාවිතයෙන්, $\int x^3 e^{x^2}\,dx$ සොයන්න.

(c) $\frac{1}{x^3 - 1} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx + C}{x^2 + x + 1}$ වන පරිදි A, B හා C නියතවල අගයන් සොයන්න.

ඒනයින්, $\frac{1}{x^3 - 1}$ යන්න x විෂයයෙන් අනුකලනය කරන්න.

(d) $t = \tan\frac{x}{2}$ ආදේශය භාවිතයෙන්, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{5 + 4\cos x + 3\sin x} = \frac{1}{6}$ බව පෙන්වන්න.

(a) $y = \pi - x$ යැයි ගනිමු. (5) (5)

$$\int_0^{\pi} f(x)dx = \int_{\pi}^{0} f(\pi - y)(-dy) = \int_0^{\pi} f(\pi - y)dy = \int_0^{\pi} f(\pi - x)dx$$ **10**

$$\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx = \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}(1-\cos 2x)dx = \frac{1}{2}[x]_0^{\pi/2} - 0 = \frac{\pi}{4}, \quad \because [\sin 2x]_0^{\pi/2} = 0$$ (5) (5) **10**

පළමු ප්‍රතිඵලය යෙදීමෙන්,

$$\int_0^{\pi} x\sin^2 x \ dx = \int_0^{\pi} (\pi - x)\sin^2(\pi - x)\ dx$$

$$= \pi\int_0^{\pi} \sin^2 x\ dx - \int_0^{\pi} x\ \sin^2 x\ dx$$ (5)

$$\therefore \quad 2\int_0^{\pi} x\sin^2 x\ \ dx = \pi\left[\int_0^{\pi/2} \sin^2 x\ dx + \int_{\pi/2}^{\pi} \sin^2 x\ dx\right]$$ (5) (5)

$$= \pi\left[\frac{\pi}{4} + J\right]$$ (5) මෙහි $J = \int_{\pi/2}^{\pi} \sin^2 x\ dx$

$\pi - x = y$ ආදේශයෙන්, (5)

$$J = \int_{\pi/2}^{0} \sin^2(\pi - y)\ (-dy) = \int_0^{\pi/2} \sin^2 y\ dy = \pi/4$$

$$\therefore \int_0^{\pi} x\sin^2 x \; dx = \frac{\pi}{2}\left[\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}\right] = \frac{1}{2}\left(\pi\cdot\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi^2}{4}$$ (5) **30**

(b) ආදේශය

$t = x^2 \Rightarrow dt = 2xdx$ (5)

$\therefore \int x^3 e^{x^2} dx = \frac{1}{2}\int te^t dt$ (5)

$= \frac{1}{2}\int t\frac{d}{dt}(e^t)dt = \frac{1}{2}te^t - \frac{1}{2}\int e^t dt$ (5)

$= \frac{1}{2}te^t - \frac{1}{2}e^e + C$. (5) ආදේශය : $t = x^2$, $\int x^3 e^{x^2} dx = \frac{1}{2}e^{x^2}(x^2-1)+C$ (5) (5) **30**

(c) $\frac{1}{x^3-1} \equiv \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+x+1}$

$1 \equiv A(x^2+x+1)+(x-1)(Bx+C)$

$x=1$ ආදේශයෙන් $1 = 3A \implies A = \frac{1}{3}$ (5)

$x=0$ ආදේශයෙන්, $1 = A - C \implies C = \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}$ (5)

x^2 හි සංගුණක සමාන කිරීමෙන්, $0 = A + B \implies B = -\frac{1}{3}$ (5) **15**

$\int \frac{dx}{x^3-1} = \frac{1}{3}\int\frac{dx}{x-1} - \frac{1}{3}\int\frac{(x+2)}{x^2+x+1}dx$ (5)

$= \frac{1}{3}\int\frac{dx}{x-1} - \frac{1}{3}\int\frac{\frac{1}{2}(2x+1)+\frac{3}{2}}{x^2+x+1}dx$ (5)

$= \frac{1}{3}\ln|x-1| - \frac{1}{6}\ln|x^2+x+1| - \frac{1}{2}\int\frac{dx}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$ (5) (5) (5)

$$= \frac{1}{3}\ln|x-1| - \ln|x^2+x+1| - \frac{1}{\sqrt{3}}\tan^{-1}\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right) + C$$ (5) (5)

35

(d) ආදේශය : $t = \tan\left({}^{x}/_{2}\right) \Rightarrow dt = \frac{1}{2}(1+t^2)\,dx \Rightarrow dx = \frac{2\,dt}{1+t^2}$ (5)

$$\therefore \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{5+4\cos x+3\sin x} = \int_0^1 \frac{dx}{5+4\left(\frac{1-t^2}{1+t^2}\right)+3.\frac{2t}{1+t^2}}$$ (5)

$$= \int_0^1 \frac{2\,dt}{5(1+t^2)+4(1-t^2)+6t}$$

(5) $$= \int_0^1 \frac{2}{t^2+6t+9}$$

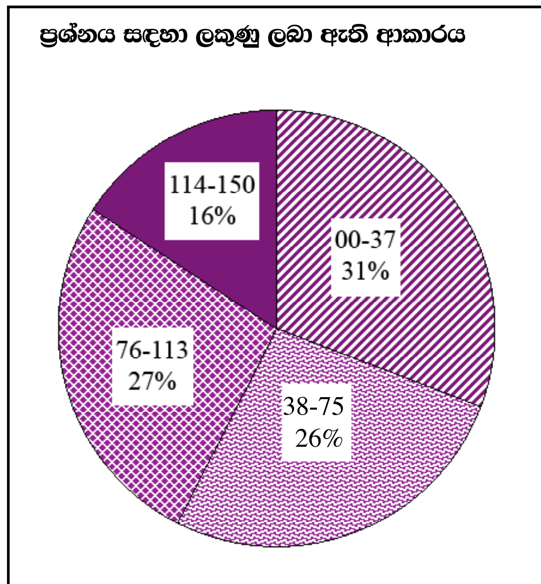
$$= \int_0^1 \frac{2dt}{(t+3)^2} = 2\left[\frac{-1}{t+3}\right]_0^1 = 2\left[\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right] = \frac{1}{6}$$

(5)

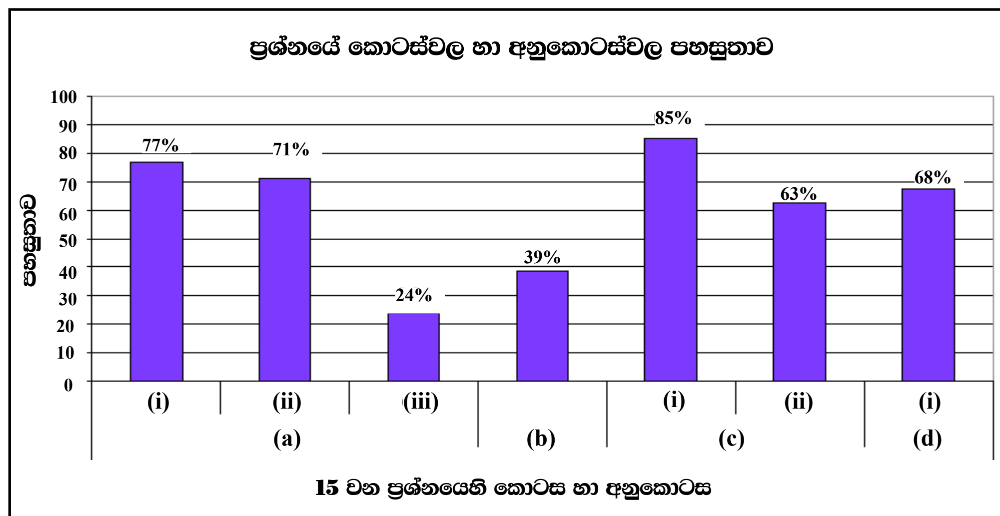
20

---

15 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 88% ක් වේ. ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව 57% ක් වේ. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150ක් හිමි වේ. ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 31%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 26%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 27%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 16%ක් පමණ ද,
ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙම ප්‍රශ්නය කොටස් හතරකින් සමන්විත වේ. ඒවා අතුරෙන් වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (c) කොටසේ (i) අනු කොටසට වන අතර එය 85%කි. (a) කොටසේ (iii) අනුකොටසෙහි පහසුතාව අවම වන අතර එය 24%කි.

මෙම ප්‍රශ්නය ස්වායත්ත කොටස් හතරකින් සමන්විත වන අතර එම කොටස් හතරම අනුකලනය මත පදනම් වී ඇත. මෙම ප්‍රශ්නය, B කොටසේ ඇති සමස්ත ප්‍රශ්නවලින් වැඩිම පහසුතාව දක්වන ප්‍රශ්න දෙකෙන් එකක් වී ඇත.

බොහෝ අයදුම්කරුවන් (a) කොටසෙහි මුල් කොටස් දෙක අදාළ මූලධර්ම නිවැරදිව භාවිත කිරීමෙන් සාධනය කර ඇත. මෙය මින් පෙර වසරවල ප්‍රශ්න පත්‍රවල යෙදීම හේතුවෙන් භාවිතයෙන් පහසු කර ගෙන ඇත. නමුත් අවසාන කොටසට "එනයින්" භාවිත කර නොමැති බැවින් එම කොටසට ලකුණු අඩුවී ඇත. පහසුතාව 46% ක් පමණ වේ.

(b) කොටසෙහි ආදේශය නිවැරදිව භාවිත කර නැති නිසා ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු දීම සාර්ථක වී නොමැත. පහසුතා දර්ශකය 39% ක් වේ.

(c) කොටසෙහි භින්න භාග භාවිතය නිවැරදිව යොදා තිබුණ ද සම්මත ක්‍රම භාවිතයෙන් අනුකලනය සමහර අයදුම්කරුවන්ට අපහසු වී ඇත. අනුකලන ක්‍රම පිළිබඳව අවබෝධය මඳ බව පෙනේ. මෙහි පහසුතා දර්ශකය 70% කි.

(d) කොටසෙහි $\tan\frac{x}{2} = t$ ආදේශය නිවැරදිව භාවිතා කර තිබුණත් නිශ්චිත අනුකලනයෙහි සීමාව නිවැරදිව ලබා නොගැනීම හේතුවෙන් බොහෝ අපේක්ෂකයන් සම්පූර්ණ පිළිතුර දී නොතිබුණි. පහසුතාව 68% ක් වේ.

සිසුන් තුළ වීජීය ප්‍රකාශන සුළු කිරීමේ හැකියාව වර්ධනය කෙරෙන සහ අනුකලන පිළිබඳ සම්මත ක්‍රම අඩංගු අභ්‍යාසවල ඔවුන් නිරත කරවීම ඉතාමත් වැදගත් වේ.

16 වන ප්‍රශ්නය

16. වෘත්ත දෙකක සමීකරණ $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ හා $x^2+y^2+2g'x+2f'y+c'=0$ යැයි ගනිමු. මෙම වෘත්ත ප්‍රලම්බ ලෙස ඡේදනය වේ නම්, $2gg'+2ff'=c+c'$ බව පෙන්වන්න.

$x^2+y^2-8x-6y+16=0$ සමීකරණය සහිත C වෘත්තය x-අක්ෂය ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වන්න.

O මූලයෙහි පොදු කේන්ද්‍රය පිහිටන, අරය r වූ C_1 වෘත්තයක් හා අරය $R\,(>r)$ වූ C_2 වෘත්තයක් පිළිවෙළින් A හා B ලක්ෂ්‍යවල දී C වෘත්තය ස්පර්ශ කරයි. r හා R හි අගයන් ද A හා B හි ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න.

S යනු, C හා C_1 යන වෘත්ත දෙක ම ප්‍රලම්බ ලෙස ඡේදනය කරන හා y-අක්ෂය ස්පර්ශ කරන වෘත්තයක් යැයි ගනිමු. S සඳහා තිබිය හැකි සමීකරණ දෙක සොයන්න.

C හා C_2 යන වෘත්ත දෙකට ම B ලක්ෂ්‍යයෙහි දී අඳින ලද පොදු ස්පර්ශකයට x-අක්ෂය P හි දී ද y-අක්ෂය Q හි දී ද හමු වේ. පොදු ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $4x+3y=40$ බවත්, PQ රේඛා ඛණ්ඩය විෂ්කම්භයක් ලෙස ඇති වෘත්තයේ සමීකරණය $3(x^2+y^2)-30x-40y=0$ බවත් පෙන්වන්න.

$x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ හා $x^2+y^2+2g'x+2f'y+c'=0$ වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්බ ලෙස ඡේදනය වේ නම්, එවිට $(g-g')^2+(f-f')^2=g^2+f^2-c+g'^2+f'^2-c'$ (5)

(5) (5)

$\Rightarrow\ 2gg'+2ff'=c+c'$ **15**

C වෘත්තය $x^2+y^2-8x-6y+16=0$

$(x-4)^2+(y-3)^2=3^2$.

වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය $(4,3)$ (5) අරය $=3$ (5)

මෙම වෘත්තය $(4,0)$හිදී $x-$ අක්ෂය ස්පර්ශ කරයි, $\because$ කේන්ද්‍රයේ $y-$ ඛණ්ඩාංකය $=3$ (5) **15**

C_1 වෘත්තය : $x^2+y^2=r^2$, $A(r\cos\alpha\ ,r\sin\alpha)$ ලක්ෂ්‍යයේදී බාහිර ලෙස C ස්පර්ශ කරයි, මෙහි

$\cos\alpha=\frac{4}{5},\ \sin\alpha=\frac{3}{5}.$

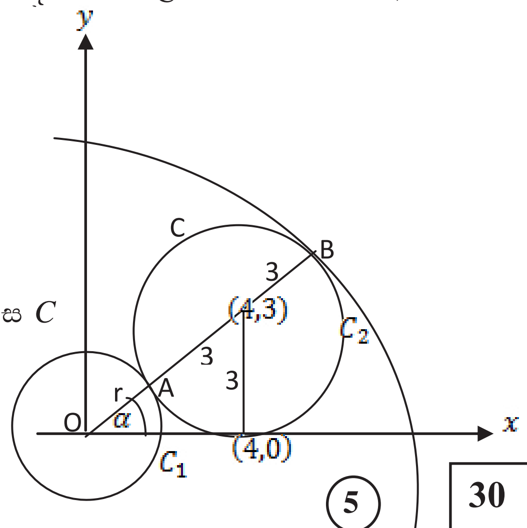
$r+3=5\Rightarrow r=2$ (5)

$\therefore A\equiv\left(\frac{8}{5},\frac{6}{5}\right)$ (5)

C_2 වෘත්තය : $x^2+b^2=R^2$, B ලක්ෂ්‍යයේදී අභ්‍යන්තර ලෙස C ස්පර්ශ කරයි, (5)

$R=5+3=8$ (5)

$\therefore\ B\equiv(8\cos\alpha,\ 8\sin\alpha)=\left(\frac{32}{5},\frac{24}{5}\right)$ (5)



(5) **30**

C හා C_1 ප්‍රලම්බ ලෙස ඡේදනය කරන හා $y-$ අක්ෂය ස්පර්ශ කරන වෘත්තය S යැයි ගනිමු.

S: $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$

එහි කේන්ද්‍රය ; $(-g,-f)$ හා අරය $=\sqrt{g^2+f^2-c}$

$\because S$, $y-$ අක්ෂය ස්පර්ශ කරන බැවින් අරය $=|g|$, (5)

$g^2+f^2-c=g^2 \Rightarrow f=\pm\sqrt{c}$. (5)

S හා C_1 ප්‍රලම්බව ඡේදනය $\Longrightarrow 0+0=c-2^2 \Rightarrow c=4$. (5) එම නිසා $f=\pm 2$ (5)

S හා දෙන ලද C වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය $\Longrightarrow 2g(-4)+2f(-3)=4+16=20$ (5)

$\Longrightarrow 4g+3f+10=0$ (5)

$f=+2 \Longrightarrow \quad 4g=-10-6 \Longrightarrow g=-4$ (5)

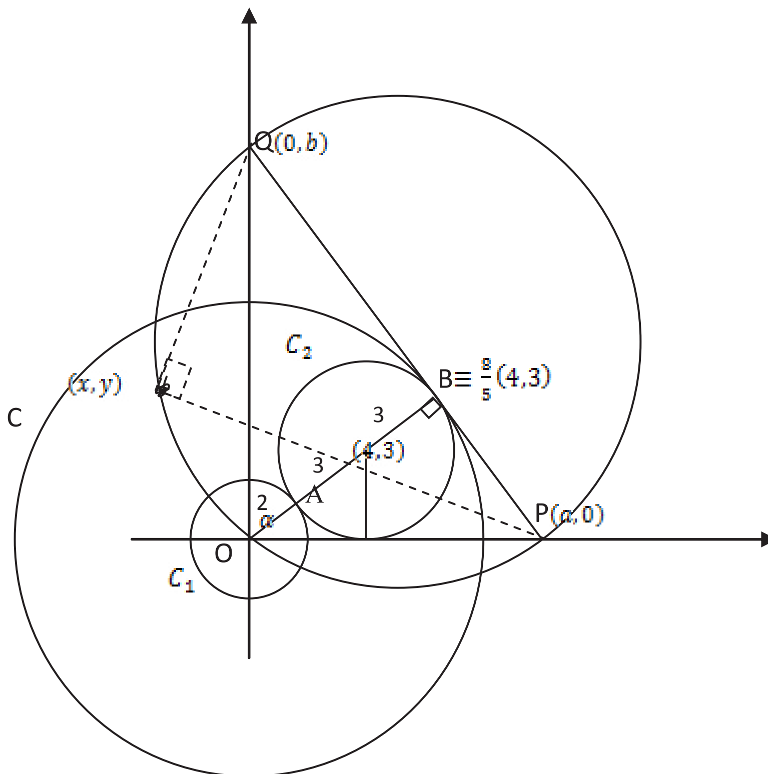
$f=-2 \Longrightarrow \quad 4g=-10+6 \Longrightarrow g=-1$ (5)

S හි තිබිය හැකි සමීකරණ දෙක වන්නේ,

$x^2+y^2-8x+4y+4=0$ සහ (5)

$x^2+y^2-2x-4y+4=0$ (5)

50



C හා C_2 ට පොදු ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ වේ ; මෙහි $P\equiv(a,0)$ හා $Q\equiv(0,b)$ යනු එයට ඛණ්ඩාංක අක්ෂ දෙක හමුවන ලක්ෂ්‍යයයි. (10)

$a = 8\sec\alpha = 8.\frac{5}{4} = 10 \Rightarrow P \equiv (10,0)$ (5)

$b = 8\,cosec\,\alpha = 8.\frac{5}{3} = \frac{40}{3} \Rightarrow Q \equiv \left(0,\frac{40}{3}\right)$ (5)

PQ හි සමීකරණය $\frac{x}{10}+\frac{3y}{40}=1$ (5) $\Rightarrow$ $4x+3y=40$

වෙනත් ක්‍රමයක්

C හා C_2 වෘත්තවල පොදු ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $(x^2+y^2-8x-6y+16)-(x^2+y^2-64)=0$ (10)

මගින් දෙනු ලැබේ.

$\Rightarrow 8x+6y-80=0 \Rightarrow 4x+3y=40.$ (5)

එම නිසා $P\equiv(10,\,0)$ (5) හා $Q\equiv\left(0,\,\frac{40}{3}\right)$ (5).

25

PQ රේඛා ඛණ්ඩය විෂ්කම්භයක් ලෙස ඇති වෘත්තය මත (x, y) ලක්ෂ්‍යයක් සපුරාලන අවශ්‍යතාව :

$$\left(\frac{y-0}{x-a}\right)\left(\frac{y-b}{x-0}\right)=-1$$ (5)

හෝ $$x(x-a)+y(y-b)=0$$ (5)

i.e. $x^2+y^2-ax-by=0$

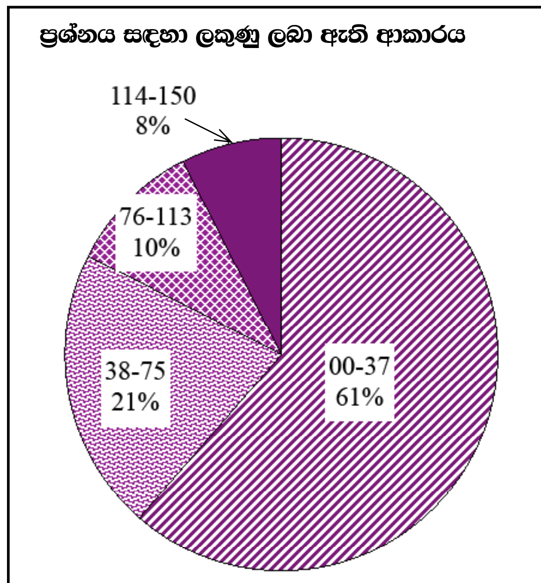
$$x^2+y^2-10x-\frac{40}{3}y=0$$ (5)

හෝ $$3(x^2+y^2)-30x-40y=0$$

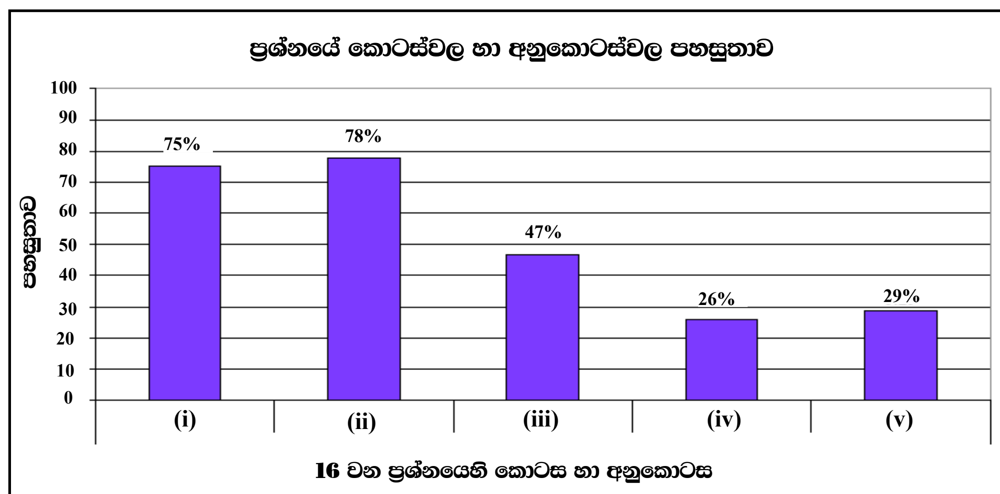
40

---

16 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 52% ක් වේ. පහසුතා දර්ශකය 46% කි. ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 61%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 21%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 10%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 8%ක් පමණ ද,
ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙම ප්‍රශ්නය අනුකොටස් පහකින් සමන්විත වේ. ඒවා අතුරෙන් වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (ii) අනුකොටසට වන අතර පහසුතාව 78%කි. (iv) අනු කොටසට අඩුම පහසුතාව ඇති අතර එය 26%කි.

මෙය වීජීය ජ්‍යාමිතියෙහි වෘත්තය යන ඒකකය මත පදනම් වූ ව්‍යුහගත ප්‍රශ්නයකි. ප්‍රශ්නයෙහි දුෂ්කරතාව ක්‍රමයෙන් වැඩි වී ඇති බව තීර ප්‍රස්තාරයෙන් පැහැදිලි වේ. බොහෝ අයදුම්කරුවන් මුල් කොටස් දෙක සඳහා සාර්ථකව පිළිතුරු දී ඇත.

මෙම ප්‍රශ්නයෙහි මුල් කොටස් දෙකෙහි පහසුතා පිළිවෙළින් 75% ක් හා 78% ක් වන අතර අයදුම්කරුවන් වැඩි පිරිසක් මෙම කොටස් දෙකට ම නිවැරදිව පිළිතුරු සපයා තිබිණි. අනෙක් කොටස්වලට පිළිතුරු දීමට වැඩි පිරිසක් උත්සාහ කර නොතිබිණි. මෙයට හේතු වශයෙන් ඛණ්ඩාංක ජ්‍යාමිතියෙහි නිවැරදි යෙදීම් පිළිබඳව අවබෝධයක් නොමැති වීම හා ගණිතමය තාර්කික චින්තනයේ දුර්වලතා තිබීම දැක්විය හැකිය.

ඛණ්ඩාංක ජ්‍යාමිතියෙහි මූලික සිද්ධාන්ත හා විෂය කරුණු පිළිබඳ දැනුම හා හැකියාව වර්ධනය වන පරිදි සරල අභ්‍යාසවල සිසුන් නිරත කරවීම මෙවැනි දුර්වලතා මඟහැරීමට මහෝපකාරී වේ.

17 වන ප්‍රශ්නය

17. (*a*) $\cos^2(\alpha+\beta)+\cos^2\alpha+\cos^2\beta-2\cos(\alpha+\beta)\cos\alpha\cos\beta=1$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) $f(x)=\cos 2x+\sin 2x+2(\cos x+\sin x)+1$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ යන්න $k(1+\cos x)\sin(x+\alpha)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි k හා α යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

$g(x)$ යන්න $\dfrac{f(x)}{1+\cos x}=\sqrt{2}\{g(x)-1\}$ වන ලෙස ගනිමු; මෙහි $-\dfrac{\pi}{2}\le x\le\dfrac{\pi}{2}$ වේ.

$y=g(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් ඇඳ **ඒනයින්**, ඉහත දී ඇති පරාසය තුළ $f(x)=0$ සමීකරණයට එක විසඳුමක් පමණක් ඇති බව පෙන්වන්න.

(*c*) සුපුරුදු අංකනයෙන්, ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්,

$$a(b-c)\operatorname{cosec}\frac{A}{2}\cot\frac{A}{2}=(b+c)^2\tan\left(\frac{B-C}{2}\right)\sec\left(\frac{B-C}{2}\right)$$ බව පෙන්වන්න.

(a) $\cos^2(\alpha+\beta)+\cos^2\alpha+\cos^2\beta-2\cos(\alpha+\beta)\cos\alpha\cos\beta=1.$

$=\cos(\alpha+\beta)[\cos(\alpha+\beta)-2\cos\alpha\cos\beta]+\cos^2\alpha+\cos^2\beta$ (5)

(5) (5)

$=-[\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta][\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta]+\cos^2\alpha+\cos^2\beta$ (5)

(5) (5)

$=-\cos^2\alpha\cos^2\beta+(1-\cos^2\alpha)(1-\cos^2\beta)+\cos^2\alpha+\cos^2\beta$

$=1$

30

(b) $f(x)=\cos 2x+\sin 2x+2(\cos x+\sin x)+1$

$=2\cos^2x-1+2\sin x\cos x+2\cos x+2\sin x+1$ (5)

$=2\cos x(\cos x+1)+2\sin x(\cos x+1)$ (5)

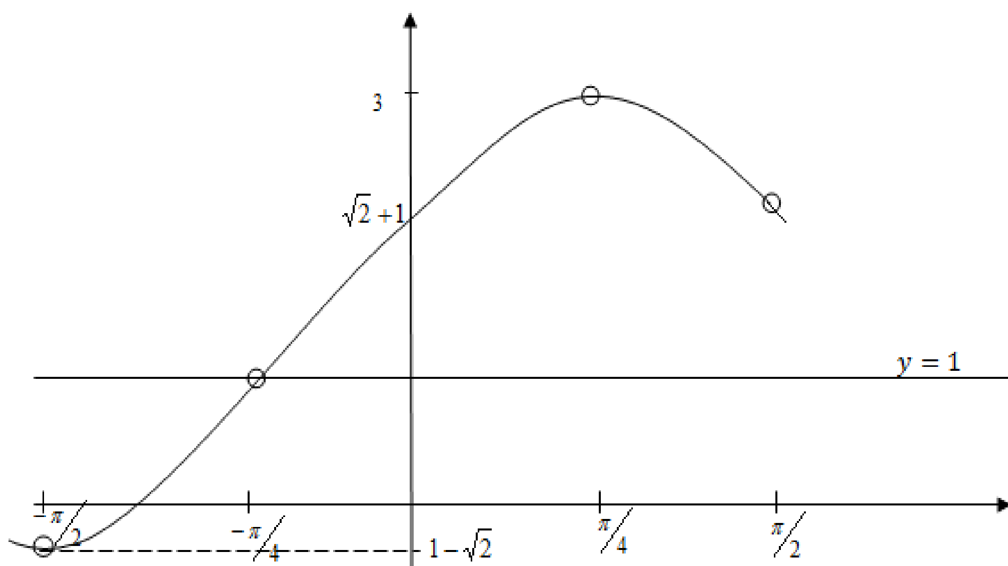
$=2\sqrt{2}(\cos x+1)\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ (5)

(5) $k=2\sqrt{2},\ \alpha=\dfrac{\pi}{4}$ (5)

25

$\dfrac{f(x)}{1+\cos x}=2\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\{g(x)-1\}$ (5)

$y=g(x)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+1$ (5)



හැඩය (5) අවම සහ උපරිම (5) දෙකෙළවර (5)

$x=0,\ y=\sqrt{2}+1$ (5) $\quad$ y = 1 (5)

$f(x)=0 \Rightarrow g(x)=1$ (5) එක විසඳුමක් පමණක් පවතී. $\therefore f(x)=0$ ට එක විසඳුමක් පමණක් පවතී.

$\Rightarrow x=-\dfrac{\pi}{4}$ (5) **45**

---

(5)

(c) $A+B+C=\pi$ වන විට, සයින් නීතිය, $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$ (5)

$$\frac{b-c}{b+c}=\frac{\sin B-\sin C}{\sin B+\sin C}$$ (5) (5)

$$=\frac{2\cos\frac{B+C}{2}\sin\frac{B-C}{2}}{2\sin\frac{B+C}{2}\cos\frac{B-C}{2}}$$ (5) හා $\because A+B+C=\pi$

$$=\frac{\tan\left(\frac{B-C}{2}\right)}{\cot\frac{A}{2}}$$ (5) ——— *

(5)

$$\frac{a}{b+c}=\frac{\sin A}{\sin B+\sin C}=\frac{2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}}{2\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B-C}{2}}$$ (5)

$$=\frac{\sin\frac{A}{2}}{\cos\left(\frac{B-C}{2}\right)}$$ ——— **

(*) හා (**) සමීකරණ ගුණ කිරීමෙන්,

$$\frac{a(b-c)}{(b+c)^2} = \frac{\tan\left(\frac{B-C}{2}\right)}{\cot\frac{A}{2}} \cdot \frac{\sin\frac{A}{2}}{\cos\left(\frac{B-C}{2}\right)} \quad (5)$$

$$a(b-c)\frac{\cot\frac{A}{2}}{\sin\frac{A}{2}} = (b+c)^2\frac{\tan\left(\frac{B-C}{2}\right)}{\cos\left(\frac{B-C}{2}\right)} \quad (5)$$

$$a(b-c)cot\frac{A}{2}\text{cosec}\frac{A}{2} = (b+c)^2 tan\left(\frac{B-C}{2}\right) sec\left(\frac{B-C}{2}\right)$$

50

තවත් ක්‍රමයක්

(5) $A+B+C=\pi$ වන විට, සයින් නීතිය (5) $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$$\frac{a(b-c)}{(b+c)^2} = \frac{\sin A\,(\sin B - \sin C)}{(\sin B + \sin C)^2} \quad (10)$$

(5)

$$= \frac{\sin A.2\cos\left(\frac{B+C}{2}\right)\sin\left(\frac{B-C}{2}\right)}{4sin^2\left(\frac{B+C}{2}\right)cos^2\left(\frac{B-C}{2}\right)} \quad (5)$$

(5)

$$= \frac{\sin A.\sin\frac{A}{2}\sin\left(\frac{B-C}{2}\right)}{2\cos^2\frac{A}{2}\cos^2\left(\frac{B-C}{2}\right)} \quad (5) \quad (\because A+B+C=\pi)$$

$$= \frac{2\sin^2\frac{A}{2}.\cos\frac{A}{2}\sin\left(\frac{B-C}{2}\right)}{2\cos^2\frac{A}{2}\cos^2\left(\frac{B-C}{2}\right)}$$

$$= \frac{\sin\frac{A}{2}\tan\frac{A}{2}.\tan\left(\frac{B-C}{2}\right)}{\cos\left(\frac{B-C}{2}\right)} \quad (5)$$

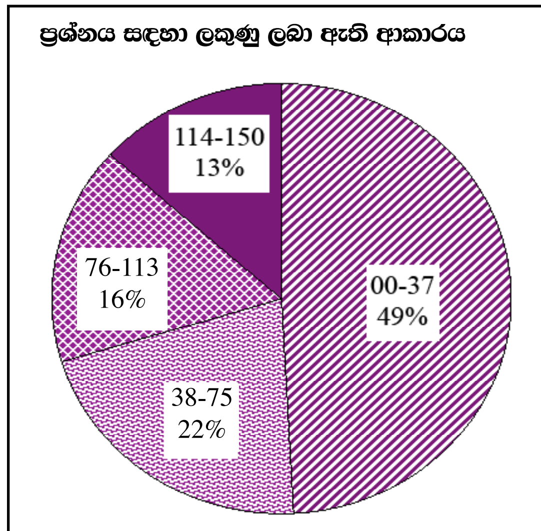
$$= \sin\frac{A}{2}\tan\frac{A}{2}.\tan\left(\frac{B-C}{2}\right)\sec\left(\frac{B-C}{2}\right) \quad (5)$$

$$\Rightarrow a(b-c)\,\text{cosec}\frac{A}{2}\cot\frac{A}{2} = (b+c)^2\tan\left(\frac{B-C}{2}\right)\sec\left(\frac{B-C}{2}\right)$$

50

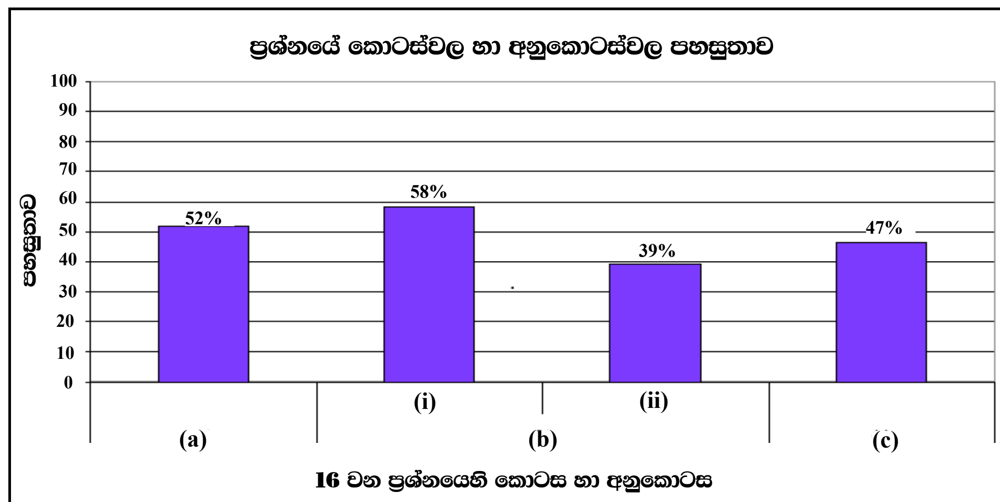
---

17 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා ඃ



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව ප්‍රතිශතයක් ලෙස 55% ක් වන අතර පහසුතාව 48% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් හිමිවේ. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 49%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 22%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 16%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 13%ක් පමණ ද,
ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙම ප්‍රශ්නය අනුකොටස් තුනකින් සමන්විත වන අතර (b) කොටස සඳහා අනුකොටස් දෙකකි. වැඩිම පහසුතාව ඇත්තේ (b) කොටසේ (i) අනු කොටසට වන අතර එහි පහසුතාව 58%කි. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ (b) කොටසේ (ii) අනු කොටසට වන අතර එහි පහසුතාව 39%කි.

මෙම ප්‍රශ්නය ත්‍රිකෝණමිතිය පදනම් කරගෙන එකිනෙකට ස්වායත්ත කොටස් තුනකින් යුතුව සකස් කරන ලද්දකි.

(a) කොටසට නිවැරදිව පිළිතුරු ලබා දී නොතිබුණ ද, වැඩි අයදුම්කරුවන් ප්‍රමාණයක් උත්සාහ කර තිබූ කොටසකි. මෙම කොටසේ සුළු කිරීම් දෝෂ බහුලව පැවතුනි. මෙහි පහසුතාව 52% කි.

(b) කොටසේ (i) අනුකොටස වැඩි අයදුම්කරුවන් පිරිසක් උත්සාහ කර තිබුණ ද අවසාන පිළිතුරට ළඟා වූ ප්‍රමාණය ඉතා අඩු බව පෙනුණි. (ii) අනුකොටසට අදාළව ප්‍රස්තාරය ඇඳීමේදී f(x) හා g(x) අතර සම්බන්ධය නිවැරදිව අවබෝධ කර නොගැනීමෙන් පිළිතුරු අසාර්ථක වී ඇත. (b) කොටසේ පහසුතාව 47% කි.

(c) කොටසේ සයින් නීතිය නිවැරදිව ලියා තිබුණ අතර අභ්‍යාසය සඳහා සයින් නීතිය නිවැරදිව යොදාගෙන තිබුණත්, සුළු කිරීම් දෝෂ නිසා පිළිතුරට ළඟා වීමට අපොහොසත් වී ඇත. මෙහි පහසුතාව 47% ක් වේ.

ත්‍රිකෝණමිතියට අයත් මූලික සිද්ධාන්ත පිළිබඳ නිසි දැනුම ප්‍රමාණවත් තරම් සිසුන් තුළ නොමැති බව මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා සිසුන් සපයා ඇති පිළිතුරු මගින් පෙන්නුම් කෙරේ. එමෙන්ම වීජීය හා ත්‍රිකෝණමිතික ප්‍රකාශන සුළු කිරීමේ දුර්වලතා ද දක්නට ලැබිණි.

එබැවින් මූලික ත්‍රිකෝණමිතික සිද්ධාන්ත පිළිබඳ දැනුම වර්ධනය වන පරිදි හා ත්‍රිකෝණමිතික සර්ව සාම්‍යයන් සුළු කිරීමේදී එයට අදාළ සූත්‍ර නිවැරදිව යෙදෙන පරිදි සුදුසු අභ්‍යාසවල සිසුන් නිරත කරවීම අවශ්‍ය වේ.

2.2 II ප්‍රශ්න පත්‍රය හා පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ තොරතුරු

2.2.1 II ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ව්‍යුහය

කාලය පැය 03කි. මුළු ලකුණු 100කි.

★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් **දෙකකින්** සමන්විත ය.

A කොටස - ප්‍රශ්න **දහයකි**. ප්‍රශ්න **සියල්ලට ම** පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 25 බැගින් ලකුණු 250කි.

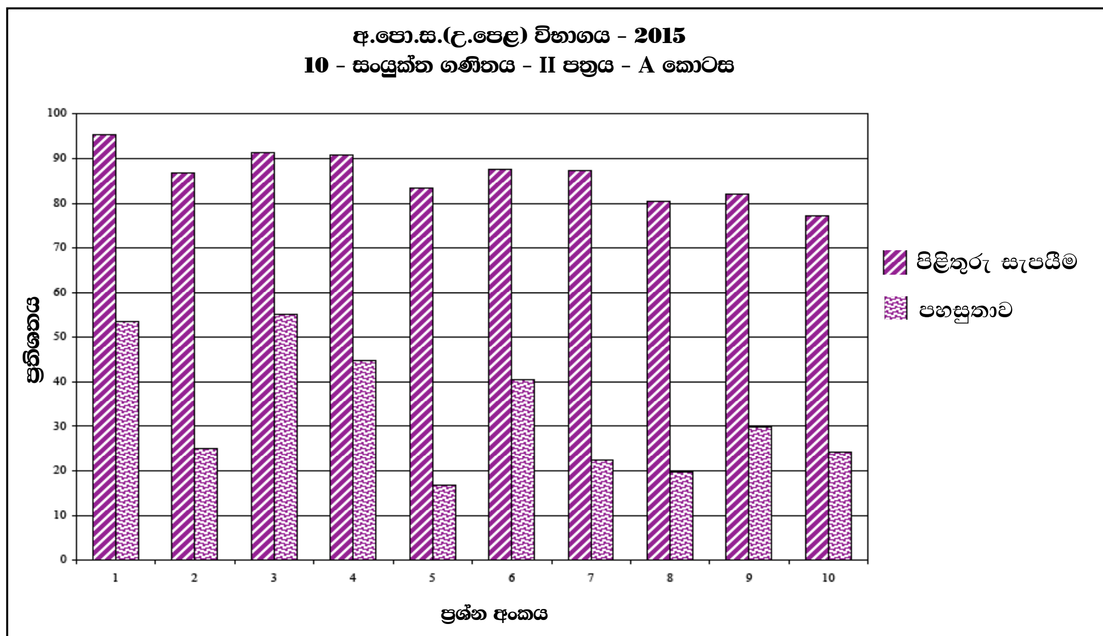
B කොටස - ප්‍රශ්න **හතකි**. ප්‍රශ්න **පහකට** පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. එක් ප්‍රශ්නයකට ලකුණු 150 බැගින් ලකුණු 750කි.

II පත්‍රය සඳහා මුළු ලකුණු $= (250 + 750) \div 10 = 1000 \div 10 = 100$

★ විභාගයේදී A කොටසට, ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ම එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා සපයා ඇති ඉඩ ප්‍රමාණය තුළ පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

2.2.2. සංයුක්ත ගණිතය II ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා පිළිතුරු සපයා ඇති ආකාරය

II ප්‍රශ්න පත්‍රයේ A කොටසට අයත් ප්‍රශ්න දහයට ම පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වේ. මෙම කොටසේ එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතයත් එම ප්‍රශ්නවල පහසුතාත් පහත ප්‍රස්තාරයෙන් දැක්වේ.



ප්‍රස්තාරය 13 : සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ A කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය සහ එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

මෙම සංයුක්ත ගණිතය II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි A කොටසෙහි අඩංගු ප්‍රශ්න 10ටම පිළිතුරු සැපයීම අනිවාර්ය වුවත් ප්‍රශ්න පත්‍රයට පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන්ගෙන් 90% කට නොඅඩු ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සපයා ඇත්තේ අංක 1, 3 හා 4 ප්‍රශ්නවලට පමණි. අයදුම්කරුවන්ගෙන් වැඩි ම ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සපයා ඇත්තේ ප්‍රශ්න අංක 01 ට වන අතර, එම ප්‍රතිශතය 96%කි. 10 වන ප්‍රශ්නයට 78%ක අඩුම ප්‍රතිශතයක් පිළිතුරු සපයා ඇත. අයදුම්කරුවන් සියලුම දෙනා විසින් පිළිතුරු සැපයීමට උත්සාහ කර ඇති එකම ප්‍රශ්නයක්වත් මෙම ප්‍රශ්න දහය අතර ද නොමැත.

මෙම ප්‍රශ්න දහයෙහි පහසුතා සලකා බැලීමේ දී පෙනී යන්නේ පහසුතාව 50% ඉක්මවා ඇත්තේ අංක 1 හා 3 ප්‍රශ්න දෙක පමණක් බවය. අංක 2, 5, 7, 8 හා 10 යන ප්‍රශ්නවල පහසුතා 30%කට ද වඩා අඩුවේ.

පහසුතාව වැඩි ම ප්‍රශ්නය, අංක 3 වන අතර එහි පහසුතාව 56%ක් වේ. වැඩියෙන්ම තෝරාගෙන ඇති ප්‍රශ්නය අංක 01 වන අතර එහි පහසුතාව 55%ක් වේ. අඩුම පහසුතාව ඇත්තේ අංක 5 ප්‍රශ්නයට වන අතර එහි පහසුතාව 18%ක් වේ. එම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 84%ක් වේ.

මෙම ප්‍රශ්න දහය සඳහා අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිචාරවල ස්වභාවය වඩාත් විශ්ලේෂණාත්මකව සලකා බැලීම සඳහා පහත වගුවේ දැක්වෙන තොරතුරු උපයෝගී කර ගත හැකි වේ.

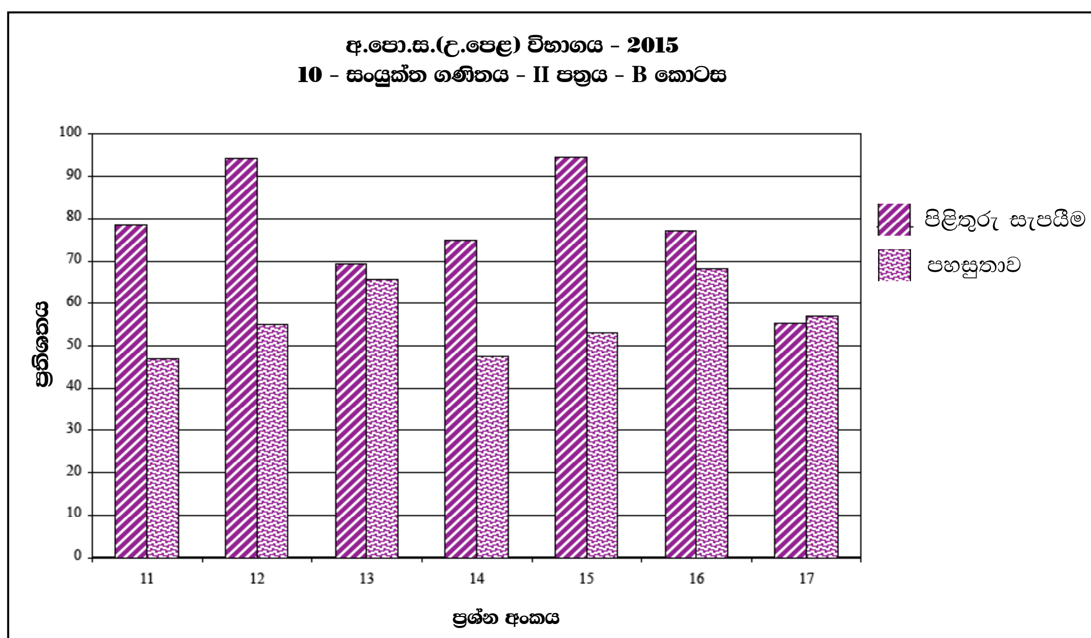
ප්‍රශ්න අංකය		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන් අතුරෙන්	ලකුණු නොලැබූ ප්‍රතිශතය	38	13	34	23	3	31	16	8	12	11
	ලකුණු 25 ම ලැබූ ප්‍රතිශතය	24	31	12	30	37	33	55	40	25	36
ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව %		54	25	55	45	17	41	22	20	30	24

වගුව 6 : සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ A කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයූ අයදුම්කරුවන් අතුරෙන් ලකුණු නොලැබූ හා ලකුණු 25ම ලැබූ අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශත

ප්‍රශ්නයට හිමි මුළු ලකුණු ප්‍රමාණය හිමිකර ගත් අයදුම්කරුවන් වැඩි ම ප්‍රතිශතය එනම් 55%ක් ඇත්තේ අංක 07 ප්‍රශ්නයටයි. අඩුම ප්‍රතිශතය ඇත්තේ අංක 03 ප්‍රශ්නයට වන අතර එය 12%කි. අංක 07 හැර අනෙක් ප්‍රශ්න නවය සඳහාම එම ප්‍රතිශතය 50% ට වඩා අඩුවෙයි. එම ප්‍රශ්න නවය සඳහාම ලකුණු 25ම ලබාගත් ප්‍රතිශතය 12 – 40 ප්‍රාන්තරයේ වේ. ලකුණු නොලැබූ ප්‍රතිශතය වැඩිම වන්නේ අංක 01 ප්‍රශ්නයට වන අතර එය 38%කි.

අයදුම්කරුවන්ට වඩාත් පහසුවෙන් ලකුණු ලබා ගැනීමට හැකිවෙතැයි අපේක්ෂාවෙන් සකස් කරනු ලබන මෙම ප්‍රශ්න දහය අතුරෙන්, එම අපේක්ෂාව යන්තම්වත් සපුරා ඇත්තේ අංක 01 සහ 03 ප්‍රශ්න දෙක පමණක් බව ඉහත තොරතුරුවලින් අනාවරණය වෙයි.

සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ B කොටසේ ද දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන් තම අභිමතය පරිදි තෝරා ගත් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සැපයිය යුතු වන අතර, එම එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා, පත්‍රයට හිමි ලකුණු 1000න්, ලකුණු 150 බැගින් හිමි වෙයි. එම ප්‍රශ්න තෝරා ගනු ලැබ ඇති ආකාරයත්, ඒවායේ පහසුතාත් පහත ප්‍රස්තාරයෙන් දැක්වේ.



ප්‍රස්තාරය 14 : සංයුක්ත ගණිතය II පත්‍රයේ B කොටසෙහි එක් එක් ප්‍රශ්නය තෝරා ගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය හා එම එක් එක් ප්‍රශ්නයෙහි පහසුතාව

මෙම II පත්‍රයේ B කොටසෙහි දී ඇති ප්‍රශ්න හත අතුරෙන්, වැඩියෙන්ම එනම් අයදුම්කරුවන්ගෙන් 95%ක් තෝරා ගෙන ඇත්තේ ප්‍රශ්න අංක 12 සහ 15 ප්‍රශ්න වේ. අංක 12 හි පහසුතාව 55%ක් වන අතර අංක 15හි පහසුතාව 53%ක් වේ.

වැඩිතම පහසුතාව 69%ක් වන ප්‍රශ්නය අංක 16 ප්‍රශ්නය වන අතර තෝරාගත් අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 78%ක් වේ. අඩුවෙන්ම තෝරාගෙන ඇත්තේ 17 වන ප්‍රශ්නය වන අතර එය ප්‍රතිශතයක් ලෙස 57%කි. එහි පහසුතාව 58%ක් වේ.

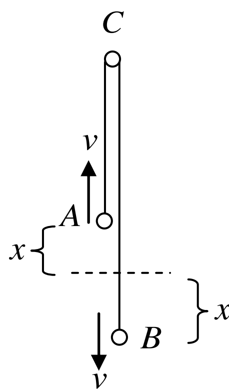
II වන ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටසෙහි අඩංගු ප්‍රශ්න 07 ඒවායේ පහසුතාවල ආරෝහණ පටිපාටියට සකස් කළ විට ලැබෙන අනුක්‍රමය අංක 11, 14, 15, 12, 17, 13, 16 වේ. මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි A කොටසෙහි අංක 1 හා 3 ප්‍රශ්න හැරුණු විට ඉතිරි ප්‍රශ්නවල පහසුතා, B කොටසෙහි ප්‍රශ්නවල පහසුතාවලට වඩා අඩුවීමෙන් ගම්‍ය වනුයේ A කොටසෙහි ප්‍රශ්න වැඩි ගණනකට අපේක්ෂිත අයුරින් වැඩි ලකුණු ප්‍රමාණයක් ලබා ගැනීමට අයදුම්කරුවන්ට නොහැකි වී ඇති බවයි. II පත්‍රයේ A කොටසෙහි ප්‍රශ්න 10 හි මධ්‍යක පහසුතාව 43%ක් වන අතර B කොටසෙහි ප්‍රශ්න 7 හි මධ්‍යක පහසුතාව 57%ක් වෙයි. II ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි සමස්ත පහසුතාව 52%ක් වෙයි.

2.2.3. **II** ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ප්‍රශ්න සඳහා අපේක්ෂිත පිළිතුර, ලකුණු දීමේ පටිපාටිය, පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා

(10) සංයුක්ත ගණිතය II - A කොටස

1 වන ප්‍රශ්නය

1. ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m හා $2m$ වූ A හා B අංශු දෙකක්, අචල කුඩා සැහැල්ලු සුමට C කප්පියක් උඩින් යන $2l$ දිගකින් යුතු සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට සම්බන්ධ කර ඇත. එක් එක් අංශුව C ට l ගැඹුරකින් අල්ලා තබා පද්ධතිය මෙම පිහිටීමෙන් නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. **ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්**, එක් එක් අංශුව $x(< l)$ දුරක් චලනය වී ඇති විට එක් එක් අංශුවෙහි v වේගය, $v^2 = \frac{2gx}{3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. **එනයින්**, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, පද්ධතියේ ත්වරණය සොයන්න.



චා.ශ + වි.ශ = නියතයක් යෙදීමෙන් $\Rightarrow$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(2m)v^2 - mg(l-x) - 2mg(l+x) = \text{නියතයකි.}$$

$$= \text{ආරම්භක අගය } = 0 - 3mgl \quad (15)$$

වෙනත් ක්‍රමයක් : ශක්ති සංස්ථිතියෙන් $\Rightarrow \frac{1}{2}mgx - mgx = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(2m)v^2$ (15)

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot 3mv^2 = (2mg - mg)x$$

$$v^2 = \frac{2gx}{3} \quad (5)$$

x විෂයයෙන් අවකලනයෙන් ;

$$2v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} = \frac{2g}{3}$$

පද්ධතියේ ත්වරණය $= \frac{g}{3}$ (5)

<u>වෙනත් ක්‍රමයක්</u>

t විෂයයෙන් අවකලනයෙන්

$$2v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{2g}{3}\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)$$

ත්වරණය $= \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{g}{3}$ (5)

25

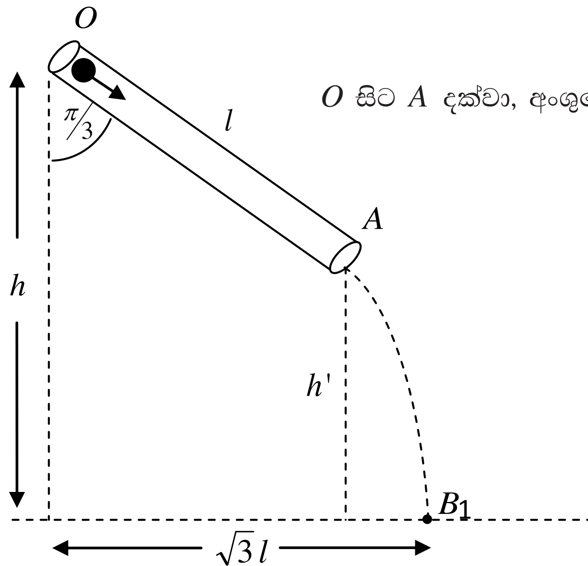
---

1 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් වැඩිම ප්‍රතිශතයක් එනම් 95%ක් පිළිතුරු සපයා ඇති ප්‍රශ්නයයි. මෙහි පහසුතාව 53%කි. සමහර සිසුන්ට අපේක්ෂිත පිළිතුර ලබා ගැනීමට නොහැකි වී ඇත්තේ ශක්ති සංස්ථිති නියමය නිවැරදිව භාවිත කර නොමැති වීම හේතුවෙනි. 'එනයින්' භාවිතයෙන් ත්වරණය ලබා ගැනීම ද අවම මට්ටමක පැවතුණි.

2 වන ප්‍රශ්නය

2. දෙකෙළවර ම විවෘත, දිග l වූ ඍජු සිහින් සුමට OA නලයක්, O ඉහළ කෙළවර තිරස් පොළොවට $h(>l)$ උසක් ඉහළින් ඇති ව, යටි අත් සිරස සමග $\frac{\pi}{3}$ කෝණයක් සාදන පරිදි සවි කර ඇත. නලය ඇතුළත, O හි සීරුවෙන් තබනු ලැබූ අංශුවක් නලය දිගේ පහළට ලිස්සා යයි. ඊළඟට අංශුව A කෙළවරින් නලයෙන් ඉවත්ව ගොස්, O සිට $\sqrt{3}\,l$ තිරස් දුරකින් වූ B ලක්ෂ්‍යයක දී පොළොව සමග ගැටෙයි. (i) A හි දී අංශුවේ වේගය $\sqrt{gl}$ බව ද (ii) $h = \frac{3l}{2}$ බව ද පෙන්වන්න.



O සිට A දක්වා, අංශුවේ නියත ත්වරණය සහිත චලිතය සඳහා

↘ $v^2 = u^2 + 2as$

$v^2 = 2 \cdot g\cos\frac{\pi}{3} \cdot l$ (5)

$v^2 = gl; \quad v = \sqrt{gl}$

A සිට B දක්වා චලිතය සඳහා,

→ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$\sqrt{3}\,l - l\sin\frac{\pi}{3} = t\sqrt{gl}\sin\frac{\pi}{3}$ (5)

$\frac{\sqrt{3}}{2}l \cdot \frac{1}{\sqrt{gl}} = \frac{\sqrt{3}}{2}t$

$t = \sqrt{\frac{l}{g}}$ (5)

(5)

↓ $h' = \frac{1}{2}\sqrt{gl} \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} + \frac{1}{2}g \cdot \frac{l}{g} = l$

$\therefore\ h = l + l\cos\frac{\pi}{3} = \frac{3l}{2}$

(5)

25

---

2 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 87%ක් මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා තිබූ අතර ප්‍රශ්නයේ පහසුතාව 26%කි. සැලකිය යුතුව ඇත්තේ ඍජු ආනත නලයක් තුළ අංශුවක චලිතයකි. මෙම චලිතය පිළිබඳ ව බොහෝ අයදුම්කරුවන් නිවැරදිව අවබෝධ කරගෙන නොතිබිණි. එබැවින් චලිත සමීකරණය නිවැරදිව යොදා නොගැනීමෙන් සාර්ථක පිළිතුරු සැපයීමට නොහැකි වී ඇත.

3 වන ප්‍රශ්නය

3. **සුමට තිරස් මේසයක් මත u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙමින් පවතින ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, P හි පෙතෙහි නිසලව තිබෙන m ස්කන්ධය සහිත වෙනත් Q අංශුවක් සමග සරල ලෙස ගැටෙයි. අංශු දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e\,(0<e<1)$ නම්, ගැටුමෙන් පසු P හා Q හි ප්‍රවේගවල ඓක්‍යය හා අන්තරය සඳහා ප්‍රකාශන, u හා e ඇසුරෙන් ලබා ගන්න. ඒනයින්, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, ගැටුමට පසු පද්ධතියේ ඉතිරි වන චාලක ශක්තිය, මුල් චාලක ශක්තියට දරන අනුපාතය, $\left(1+e^2\right):2$ බව පෙන්වන්න.**

$\longrightarrow u$

P ◯ ◯ Q

ගැටුමට පෙර චාලක ශක්තිය $= T_0 = \frac{1}{2}mu^2$

$\longrightarrow v \longrightarrow w$

P ◯◯ Q

ගැටුමට පසු චාලක ශක්තිය $= T_1 = \frac{1}{2}m\left(v^2+w^2\right)$ (5)

ගම්‍යතා සංස්ථිතිය :

$mu = mv + mw$ ………… (1)

$u = v + w$ (5)

නිව්ටන් ප්‍රත්‍යාගති නියමය :

$eu = w - v$ ………….. (2) (5)

චා. ශ. අනුපාතය $= \dfrac{T_1}{T_0} = \dfrac{v^2+w^2}{u^2} = \left[\dfrac{(v+w)^2+(w-v)^2}{2u^2}\right] = \left(\dfrac{u^2+e^2u^2}{2u^2}\right)$ (5) (5)

$= \frac{1}{2}\left(1+e^2\right)$ **25**

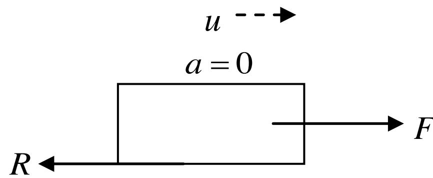
---

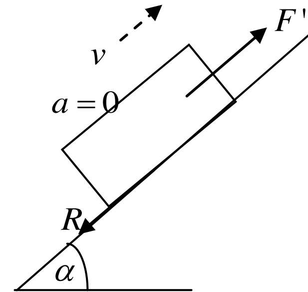
3 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 91%ක්ම මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා ඇති අතර මෙම ප්‍රශ්නයේ පහසුතාව 56%කි. බොහෝ අපේක්ෂකයන් ගම්‍යතා සංස්ථිති නියමය යෙදීම, නිව්ටන්ගේ පරීක්ෂණාත්මක නියමය යෙදීම හා චාලක ශක්තිය සෙවීම නිවැරදිව ඉදිරිපත් කර ඇතත් සුළු කිරීම් දෝෂ හේතුවෙන් ප්‍රශ්නයට හිමි මුළු ලකුණු ලබා ගෙන නොමැත.

4 වන ප්‍රශ්නය

4. එන්ජිම H kW ජවයකින් ක්‍රියා කරමින් ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් M වූ ලොරියක්, ඍජු සමතලා පාරක් දිගේ u m s^{-1} නියත ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරයි. ඉන් පසුව, එන්ජිම $2H$ kW ජවයකින් ක්‍රියා කරමින්, තිරසට α කෝණයක් ආනත වූ ඍජු පාරක් දිගේ ලොරිය ඉහළට චලනය වන අතර, චලිතයට ප්‍රතිරෝධය තිරස් චලිතයට ඇති ප්‍රතිරෝධය ම වේ. මෙම අවස්ථාවේ දී ලොරියේ උපරිම වේගය $\dfrac{2Hu}{H + Mgu\sin\alpha}$ m s^{-1} බව පෙන්වන්න.





ජවය $= H$ kW බැවින්

ප්‍රකර්ෂණ බලය $F = \dfrac{1000H}{u}$ N (5)

$\longrightarrow$ $F = ma$

$$\frac{1000H}{u} - R = 0$$

$$R = \frac{1000H}{u} N \quad (5)$$

$\nearrow$ $F = ma$

$$F' - R - Mg\sin\alpha = 0 \quad (5)$$

(5)

$$\frac{2000H}{v} = \frac{1000H}{u} + 1000Mg\sin\alpha$$

$$\frac{2H}{v} = \frac{H + Mgu\sin\alpha}{u} \quad (5)$$

$$v = \frac{2Hu}{H + Mgu\sin\alpha} \text{ ms}^{-1}$$

25

---

4 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 91%ක්ම මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා ඇති අතර මෙම ප්‍රශ්නයේ පහසුතාව 45%කි. බොහෝ අයදුම්කරුවන් අදාළ සමීකරණ නිවැරදිව යොදා තිබුණ ද ඒකක නිවැරදිව යොදා නොගැනීම හේතුවෙන් අවසාන පිළිතුර ලබාගෙන නොතිබිණි. ඒ නිසා ප්‍රශ්නයට අදාළ මුළු ලකුණු ලබා ගැනීමට අපහසු වී ඇත.

5 වන ප්‍රශ්නය

5. සුපුරුදු අංකනයෙන්, O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\lambda\mathbf{i} + \mu\mathbf{j}$ හා $\mu\mathbf{i} - \lambda\mathbf{j}$ වේ; මෙහි λ හා μ යනු $0 < \lambda < \mu$ වන පරිදි වූ තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ. $A\hat{O}B$ සෘජු කෝණයක් බව පෙන්වන්න. AB රේඛා ඛණ්ඩයෙහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය C යැයි ගනිමු. $\overrightarrow{OC}$ දෛශිකයේ විශාලත්වය 2 නම් හා එය $\mathbf{i}$ ඒකක දෛශිකය සමග $\frac{\pi}{6}$ ක කෝණයක් සාදයි නම්, λ හා μ හි අගයන් සොයන්න.

$$\overrightarrow{OA} = \lambda\underline{i} + \mu\underline{j}$$

$$\overrightarrow{OB} = \mu\underline{i} - \lambda\underline{j}$$

$\lambda, \mu \in \Re^{+}$ සඳහා $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB} = \lambda\mu - \mu\lambda = 0$ (5)

$$\Rightarrow A\hat{O}B = \frac{\pi}{2}$$

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \lambda\underline{i} + \mu\underline{j} + \overrightarrow{AC}$$

$$= \lambda\underline{i} + \mu\underline{j} + \frac{1}{2}\{(\mu\underline{i} - \lambda\underline{j}) - (\mu\underline{i} - \lambda\underline{j})\}$$

$$= \frac{1}{2}(\lambda + \mu)\underline{i} + \frac{1}{2}(\mu - \lambda)\underline{j}$$ (5)

$$\overrightarrow{OC}\cdot\underline{i} = 2\cos\frac{\pi}{6} = \sqrt{3} = \frac{1}{2}(\lambda + \mu)$$ (5)

$$\overrightarrow{OC}\cdot\underline{j} = 2\sin\frac{\pi}{6} = 1 = \frac{1}{2}(\mu - \lambda)$$ (5)

අඩු කිරීමෙන් සහ එකතු කිරීමෙන් $\Rightarrow$

$$\lambda = \sqrt{3} - 1, \ \mu = \sqrt{3} + 1$$

(5)

25

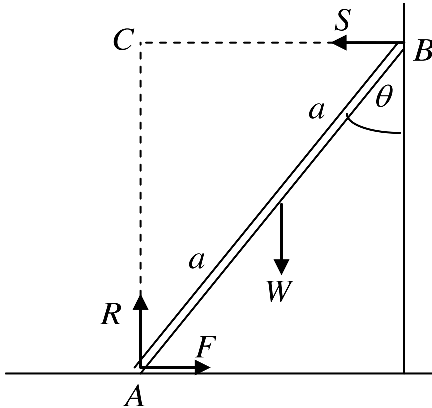
---

5 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

මෙය II පත්‍රයේ A කොටසට අදාළ ප්‍රශ්නවලින් අඩුම පහසුතා දර්ශකයක් හිමි ප්‍රශ්නය වේ. අයදුම්කරුවන්ගෙන් 83%ක්ම මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා තිබූ අතර ප්‍රශ්නයේ පහසුතාව 18%ක් වේ. සිසුන්ගේ දෛශික පිළිබඳ මූලික දැනුම ඉතා අඩු බව සපයා ඇති පිළිතුරුවලින් මනාව පෙන්නුම් කෙරේ. දෛශික පිළිබඳ මූලික සංකල්ප දියුණුවන පරිදි සිසුන්ට අභ්‍යාස කරවීම වඩාත් අවශ්‍යඑ වනු ඇත.

6 වන ප්‍රශ්නය

6. **ඒකාකාර සිහින් බර දණ්ඩක්, එහි එක කෙළවරක් රළු තිරස් ගෙබිමක් මත හා අනෙක් කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව නිසලව තිබේ. දණ්ඩ බිත්තිය සමග θ සුළු කෝණයක් සාදමින්, බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටයි. මෙම පිහිටීමේ දී දණ්ඩ සමතුලිතව තිබීම සඳහා, දණ්ඩ හා ගෙබිම අතර μ ඝර්ෂණ සංගුණකය $\mu \geq \frac{1}{2}\tan\theta$ සපුරාලිය යුතු බව පෙන්වන්න.**



විභේදනයෙන්

$\longrightarrow$ $F = S$ (5)

$\uparrow$ $R = W$ (5)

A වටා ඝූර්ණය ගැනීමෙන් :

$A \curvearrowleft$ $S \cdot 2a\cos\theta = W \cdot a\sin\theta$ (5)

$S = F$ නිසා $F = \frac{1}{2}W\tan\theta \leq \mu R$ (5)

$\frac{1}{2}W\tan\theta \leq \mu W \Rightarrow \mu \geq \frac{1}{2}\tan\theta$

(5)

25

---

6 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 88%ක් ම මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා තිබූ අතර ප්‍රශ්නයේ පහසුතාව 40%කි. බොහෝ අපේක්ෂකයන් මෙම සමතුලිත අවස්ථාව නිවැරදිව අවබෝධ කරගෙන නොමැත. මෙය සීමාකාරී සමතුලිත අවස්ථාව බව සලකා සමීකරණ ලිවීමෙන් අවශ්‍ය පිළිතුරට ළඟා වීමට නොහැකි වී ඇත.

7 වන ප්‍රශ්නය

7. A, B හා C යනු S නියැදි අවකාශයක ස්වායත්ත සිද්ධි තුනක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A \cup B \cup C)$ සම්භාවිතාව, $P(A), P(B)$ හා $P(C)$ සම්භාවිතා ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

$P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ හා $P(A \cup B \cup C) = \frac{3}{4}$ බව තවදුරටත් දී ඇති විට, $P(C)$ සම්භාවිතාව සොයන්න.

දෙනලද සම්භාවිතා : $P(A)=\frac{1}{4},\ \ P(B)=\frac{1}{2}$ and $P(A \cup B \cup C)=\frac{3}{4}$

A, B හා C ස්වායත්ත සිද්ධි බැවින්,

$$P(A \cup B \cup C) = P(A)+P(B)+P(C)-P(A)\cdot P(B)-P(B)\cdot P(C)-P(C)\cdot P(A)+P(A)\cdot P(B)\cdot P(C)$$

(10)

$$\frac{3}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+P(C)-\frac{1}{8}-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\cdot P(C)+\frac{1}{8}\cdot P(C)$$ (5)

$$\frac{1}{8}=P(C)\left[1+\frac{1}{8}-\frac{3}{4}\right]=P(C)\cdot\left[\frac{3}{8}\right]$$ (5) $\quad \therefore\ P(C)=\frac{1}{3}$ (5)

25

---

7 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 87%ක් පමණ මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා තිබූ අතර පහසුතාව 23%ක් වේ. මෙය සම්භාවිතා නියම ආශ්‍රිත ප්‍රශ්නයකි. මෙහි $P(A \cup B \cup C)$ සම්භාවිතාව පිළිබඳ ප්‍රකාශනය නිවැරදිව යොදා නොගැනීමෙන් හා ස්වායත්තතාව පිළිබඳ නිසි අවබෝධයක් නොමැති වීමෙන් අවශ්‍ය පිළිතුරට ළඟාවීමට නොහැකි වී ඇත.

8 වන ප්‍රශ්නය

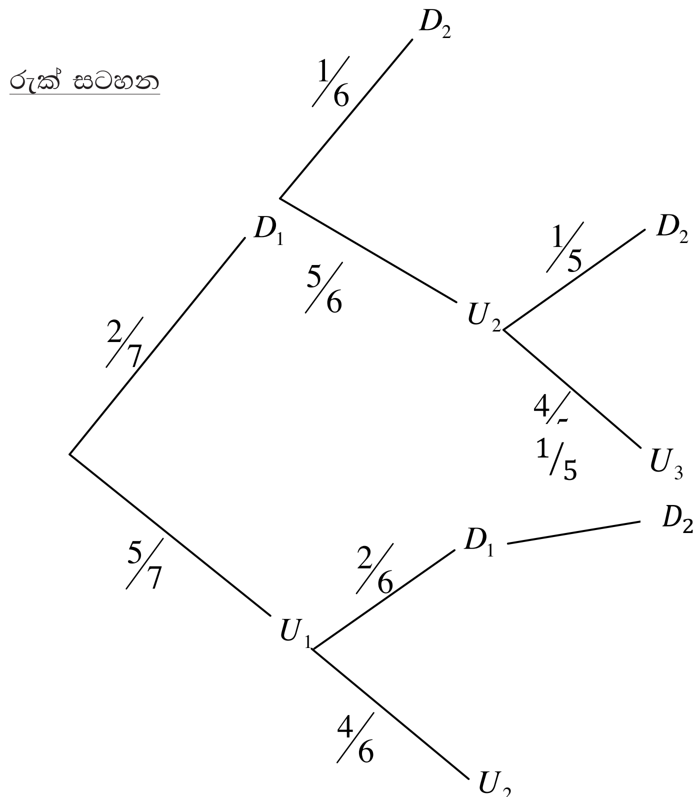
8. **සර්වසම පෙනුමැති විදුලි බල්බ 7 ක් පෙට්ටියක අඩංගු වේ. මෙම බල්බවලින් 2 ක් දෝෂ සහිත බවත්, ඉතිරිය පාවිච්චි කළ හැකි බවත් දැනගෙන ඇත. දෝෂ සහිත බල්බ 2 ම හඳුනා ගන්නා තුරු එකකට පසුව අනෙක වශයෙන් බල්බ පරීක්ෂා කරනු ලැබේ.**

(i) බල්බ දෙකක් පමණක්, (ii) බල්බ තුනක් පමණක්

පරීක්ෂා කිරීමෙන් පසු දෝෂ සහිත බල්බ දෙක ම හඳුනා ගැනීමට හැකිවීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

විදුලි බල්බ 7 ක් අතුරෙන් 2 ක් දෝෂ සහිත වන අතර 5 ක් පාවිච්චි කළ හැකි වේ.

$D =$ දෝෂ සහිත වීම, $U (= D')$ = පාවිච්චි කළ හැකි වීම



$P(D_1) = \frac{2}{7}$ (5)

$P(D_1 D_2) = \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{21}$ (5)

$P(D_1 U_2 D_2) = \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{21}$ (5)

$P(U_1 D_1 D_2) = \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{21}$ (5)

පරීක්ෂාව ; 1 වැනි 2 වැනි 3 වැනි

පරීක්ෂා දෙකක් පමණක් සෑහීමේ සම්භාවිතාව $= P(D_1 D_2) = \frac{1}{21}$

පරීක්ෂා තුනක් පමණක් සෑහීමේ සම්භාවිතාව $= P(D_1 U_2 D_2) + P(U_1 D_1 D_2) = \frac{1}{21} + \frac{1}{21} = \frac{2}{21}$ (5)

50

---

8 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

A කොටසේ දෙවෙනියට අවම පහසුතාව ඇති ප්‍රශ්නය මෙය වේ. අයදුම්කරුවන්ගෙන් 81%ක් පමණ මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා තිබූ අතර පහසුතාව 20%ක් වේ. මෙහිදී ද අයදුම්කරුවන් ප්‍රශ්නය නිවැරදිව අවබෝධ කරගෙන නොමැති වීමෙන් හා ඔවුන්ට මූලික සම්භාවිතා සංකල්ප ගැන අවබෝධයක් නොමැතිවීමෙන් සාර්ථකව පිළිතුරු දීමට නොහැකි වී ඇති බව පැහැදිලි වේ.

9 වන ප්‍රශ්නය

9. **පූර්ණ සංඛ්‍යා** හතක S කුලකයක සංඛ්‍යා පහත දැක්වෙන අයුරු **ආරෝහණ පටිපාටියට** සකසා ඇත.

$$S = \{1, 2, 4, x, y, 11, 13\}.$$

සංඛ්‍යාවල මධ්‍යන්‍යය y නම්, x හා y හි අගයන් නිර්ණය කරන්න. සංඛ්‍යාවල විචලතාව $\frac{120}{7}$ බව පෙන්වන්න.

ආරෝහණ පිළිවෙළට ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා හත : 1 2 4 x y 11 13

මධ්‍යන්‍යය $= y \Rightarrow 1+2+4+x+y+11+13 = 7y$

$\Rightarrow 6y - x = 31$ (5)

$x = 4$ යැයි සිතමු. : $6y - 4 = 31$

$6y = 35.$ (5) y සඳහා ධන පූර්ණ **විසඳුමක් නොමැත.**

$x = 5$: යැයි සිතමු : $6y - 5 = 31$

$y = 6$ (5)

<u>වෙනත් ක්‍රමයක්</u>

$\because 4 \le x \le 11$ බැවින්

$35 \le 6y \le 42$

තිබිය හැකි නිඛිල y :

$y = 6$ හෝ $y = 7$

$\Rightarrow x = 5$ (5) $\Rightarrow x = 11$ (5)

($x < y$ නිසා විසංවාදයකි)

විසඳුම : $x = 5,\ y = 6 = \mu$

විචලතාව : $S^2 = \frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}(x_i - \mu)^2$ (5)

$$= \frac{1}{7}\left[(-5)^2 + (-4)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0 + 5^2 + 7^2\right] \quad (5)$$

$$= \frac{1}{7}(25+16+4+1+25+49) = \frac{120}{7}$$

25

---

9 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 82%ක්ම මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා තිබූ අතර පහසුතාව 30%ක් වේ. මෙය සංඛ්‍යානයට අදාළ ප්‍රශ්නයකි. x හා y අතර එක් ඒකජ සම්බන්ධතාවක් සොයා ගත් පසු අඥාත පද දෙක නිර්ණය කිරීම සඳහා දී ඇති දත්ත නිවැරදිව සැලකිලිමත්ව භාවිත කර නොමැති වීමෙන්, බොහෝ සිසුන්ට සාර්ථකව පිළිතුරු සැපයීමට නොහැකි වී ඇත.

10 වන ප්‍රශ්නය

10. මුහුණත් 1, 2, 3, 4, 5, 6 ලෙස සලකුණු කරන ලද දාදු කැටයක් 50 වරක් උඩ දැමූ විට දාදු කැටයේ උඩත් මුහුණතේ දක්නට ලැබුණු අංකවල සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය පහත දැක්වේ:

අංකය	1	2	3	4	5	6
සංඛ්‍යාතය	α	9	γ	11	8	7

සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙහි මධ්‍යන්‍යය 3.66 බව දී ඇත්නම්, α හා γ හි අගයන් නිර්ණය කර, මාතය හා මධ්‍යස්ථය සොයන්න.

Number x	1	2	3	4	5	6
Frequency f	α	9	γ	11	8	7

$\sum f =: \ 50 = \alpha + \gamma + 35 \ \Rightarrow \ \alpha + \gamma = 15$ (5)

තවද, මධ්‍යන්‍යය $= 3.66 \Rightarrow 50 \times 3.66 = 183 = 1 \cdot \alpha + 2 \cdot 9 + 3 \cdot \gamma + 4 \cdot 11 + 5 \cdot 8 + 6 \cdot 7$

$= \alpha + 3\gamma + 144 \ \Rightarrow \ \alpha + 3\gamma = 39$ (5)

(5)

විසඳීමෙන් : $\gamma = 12$ සහ $\alpha = 3$ (5)

මාතය $= 3$ (5) මධ්‍යස්ථය $= 4$

25

---

10 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ හා නිගමන :

අයදුම්කරුවන්ගෙන් 77%ක් මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සපයා තිබූ අතර පහසුතාව 24%ක් වේ. මෙයද සංඛ්‍යානයට අදාළ සරල භාවිතයකි. මෙහිදී අසමූහිත සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියකට අනුරූප මධ්‍යන්‍යය අර්ථ දැක්වීම, අවස්ථාවෝචිතව යොදා ගැනීමට නොහැකි වීමෙන් බොහෝ පිළිතුරු අසාර්ථක වී ඇත.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II - B කොටස

11 වන ප්‍රශ්නය

11. (*a*) P හා Q අංශු දෙකක් අචල තිරස් ගෙබිමක් මත ලක්ෂ්‍ය දෙකක සිට පිළිවෙළින් u හා $\frac{u}{\sqrt{2}}$ වේගවලින් සිරස් ව ඉහළට, එක විට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. ගෙබිම සිට $\frac{u^2}{4g}$ උසකින් අචල සුමට තිරස් සිවිලිමක් ඇත. සිවිලිමත් එය සමග ගැටෙන P අංශුවත් අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{\sqrt{2}}$ වන අතර, අංශු දෙක ගුරුත්වය යටතේ පමණක් ඉහළට හා පහළට චලනය වේ.

(i) P අංශුව සිවිලිම සමග ගැටීමට මොහොතකට පෙර එහි වේගයත්, ගැටීම සිදු වන මොහොත දක්වා ගත වූ T_1 කාලයත් සොයන්න.

P අංශුව එහි ප්‍රක්ෂේප ලක්ෂ්‍යය කරා $\frac{u\sqrt{3}}{2}$ වේගයෙන් ආපසු පැමිණෙන බව පෙන්වන්න.

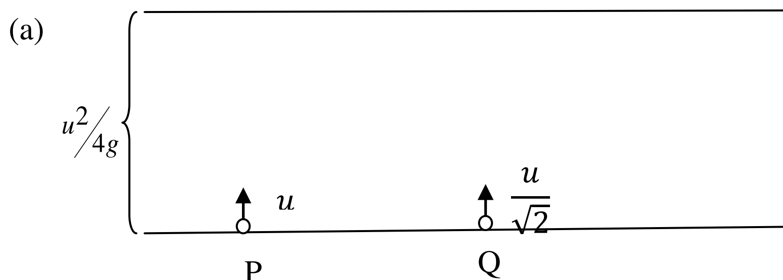
(ii) Q අංශුව, සිවිලිමට යන්තමින් ළඟා වන බව පෙන්වා, එම මොහොත දක්වා ගත වූ T_2 කාලය සොයන්න.

(iii) P හා Q අංශු දෙකෙහි ප්‍රක්ෂේප මොහොතේ සිට ආපසු අදාළ ප්‍රක්ෂේප ලක්ෂ්‍ය වෙතට පැමිණීම දක්වා, ඒවායේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන්, එක ම රූපයක අඳින්න.

(iv) ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන්, P අංශුව සිවිලිම සමග ගැටෙන මොහොතේ දී Q අංශුව, සිවිලිමට $\frac{u^2}{2g}\left(\sqrt{2}-1\right)^2$ සිරස් දුරක් පහළින් තිබෙන බව පෙන්වන්න.

(*b*) S නැවක්, u ඒකාකාර වේගයෙන් උතුරු දිශාවට යාත්‍රා කරයි. එහි සරල රේඛීය පෙත P වරායක සිට නැගෙනහිර පැත්තට p ලම්බ දුරකින් පිහිටා ඇත. එක්තරා මොහොතක දී, $\overrightarrow{PS}$ හි දිශාව නැගෙනහිරින් දකුණට 45° කෝණයක් සාදන විට දී ම, S නැව හමු වීම සඳහා B_1 හා B_2 සැපයුම් බෝට්ටු දෙකක් P වරායේ සිට වෙනස් දිශා දෙකකට $v\left(\frac{u}{\sqrt{2}} < v < u\right)$ ඒකාකාර වේගයෙන් එක විට ගමන් අරඹයි. මෙම බෝට්ටු පිළිවෙළින් T_1 හා $T_2\,(> T_1)$ කාලවල දී S නැවට ළඟා වේ. $\frac{v}{u} = \sqrt{\frac{2}{3}}$ බව තවදුරටත් දී ඇත්නම්, S නැවට සාපේක්ෂ ව B_1 හා B_2 බෝට්ටුවල චලිත සඳහා සාපේක්ෂ ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි දළ සටහන් එක ම රූපයක ඇඳ, P වරායේ සිට S නැව වෙත ගමන් කිරීමේ දී B_1 හා B_2 බෝට්ටුවල නියම චලිත දිශා සොයන්න.

තවදුරටත්, $T_2 - T_1 = \frac{2\sqrt{3}\,p}{u}$ බව පෙන්වන්න.



(i) P අංශුව

$$v^2 = u^2 - 2g.\frac{u^2}{4g} = \frac{u^2}{2}$$ (5)

සිවිලිම සමඟ ගැටුමට පෙර P හි ප්‍රවේගය, $v = \frac{u}{\sqrt{2}}$ ↑ (5)

කාලය T_1 දෙනු ලබන්නේ $\frac{u}{\sqrt{2}} = u - gT_1$ (5) $\Rightarrow T_1 = \frac{u}{g}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ **15**

සිවිලිම සමඟ ගැටුමට මොහොතකට පසු එහි ප්‍රවේගය $= ev = \frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{u}{\sqrt{2}} = \frac{u}{2}$ ↓ (5)

ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයට ආපසු පැමිණෙන විට P හි w ප්‍රවේගය

$$w^2 = \left(\frac{u}{2}\right)^2 + 2g\left(\frac{u^2}{4g}\right) \Rightarrow w = \frac{u\sqrt{3}}{2}$$ (5) **10**

(ii) Q අංශුව

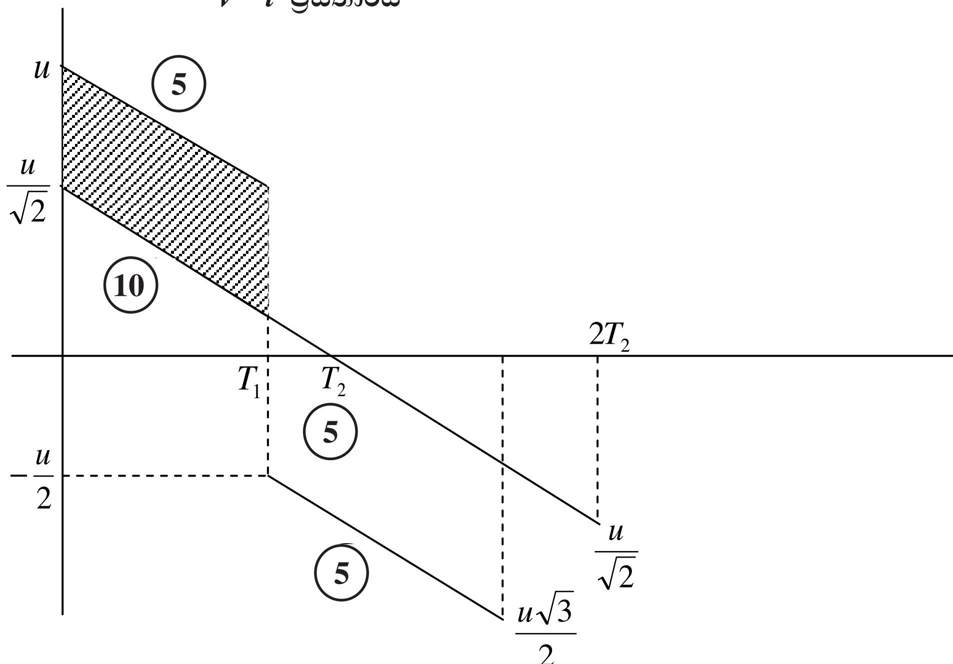
$$v_1^2 = \left(\frac{u}{\sqrt{2}}\right)^2 - 2g\left(\frac{u^2}{4g}\right) = 0;$$ (5) Q අංශුව, ශුන්‍ය ප්‍රවේගයකින් සිවිලිමට ළඟා වෙයි.

සිවිලිමට ළඟා වීමට ගත කරන කාලය T_2 දෙනු ලබන්නේ $0 = \frac{u}{\sqrt{2}} - gT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{u}{\sqrt{2}g}$ (5) **10**

ආපසු (පහළට) චලිතයේදී, Q අංශුව ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයට ළඟාවීමේ ප්‍රවේගය $= \frac{u}{\sqrt{2}}$ ↓ (5)

ගත වූ කාලය $2T_2 = \frac{u}{g}\sqrt{2}$

(iii)



30

(iv) කාලය T_1 වන විට Q අංශුව සිවිලිමට පහළින් පිහිටන දුර

= රූපසටහනෙහි අඳුරු පෙදෙසේ වර්ගඵලය

$$=\left(u-\frac{u}{\sqrt{2}}\right)T_1 \quad (5)$$

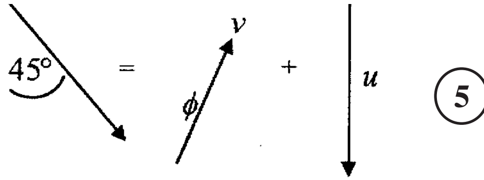
$$=\frac{u}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{2}-1\right)\times\frac{u}{\sqrt{2}g}\left(\sqrt{2}-1\right) \quad (5)$$

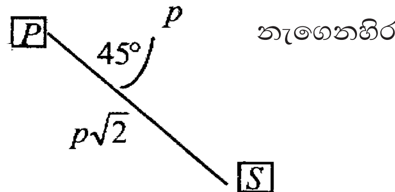
$$=\frac{u^2}{2g}\left(\sqrt{2}-1\right)^2$$

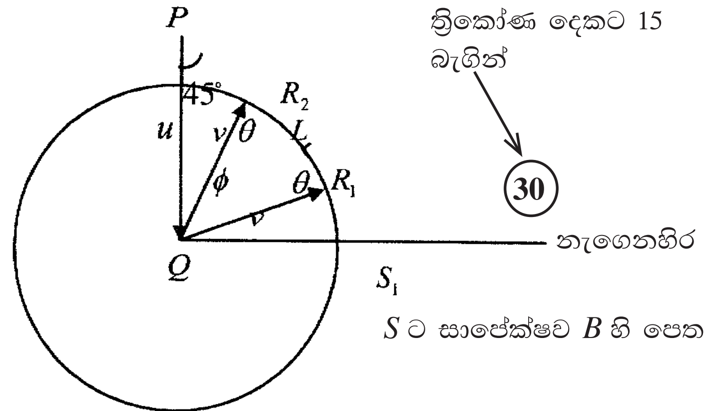
10

(b) වරාය P, නැව S, බෝට්ටුව B

ප්‍රවේ (B, S) = ප්‍රවේ (B, P) + ප්‍රවේ (P, S) (5)







ප්‍රවේ (B, P) සඳහා දිශා දෙකක් තිබිය හැකි අතර ඒවා එක එකක් සාපේක්ෂ පෙත සමඟ θ කෝණයක් සාදයි.

$\dfrac{v}{u}=\sqrt{\dfrac{2}{3}}$ බව දී ඇත.

PQR_1 හෝ PQR_2 ත්‍රිකෝණයෙන්,

$$\frac{v}{\sin 45^\circ}=\frac{u}{\sin\theta}\Rightarrow \sin\theta=\left(\frac{u}{v}\right).\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\theta=60^\circ \quad (5)$$

(5)

$$\therefore \phi=15^\circ$$

වරායට (පොළොවට) සාපේක්ෂව,

(i) B_1 හි ප්‍රවේගය, නැගෙනහිරෙන් උතුරට 15° කෝණයක් සාදයි. (5)

(ii) B_2 හි ප්‍රවේගය, උතුරෙන් නැගෙනහිරට 15° කෝණයක් සාදයි. (5)

60

$$T_2 - T_1 = \sqrt{2}\, p\left(\frac{1}{PR_2} - \frac{1}{PR_1}\right) = \frac{\sqrt{2}p}{PR_1.PR_2}\left(PR_1 - PR_2\right)$$

(5)

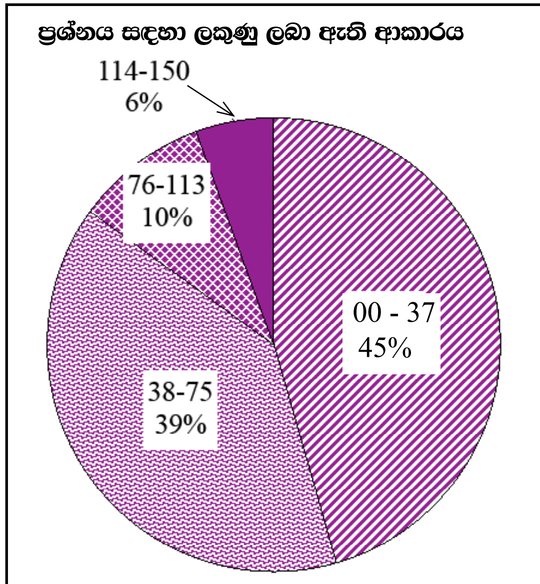
$$= \frac{\sqrt{2}pv}{\left(\frac{u}{\sqrt{2}} + \frac{v}{2}\right)\left(\frac{u}{\sqrt{2}} - \frac{v}{2}\right)} = \frac{\sqrt{2}pv}{\left(\frac{u^2}{2} - \frac{v^2}{4}\right)} = \frac{\sqrt{2}p\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}u}{\frac{u^2}{2}\left(1 - \frac{1}{3}\right)} = \frac{2\sqrt{3}p}{u}$$

(5) (5)

15

---

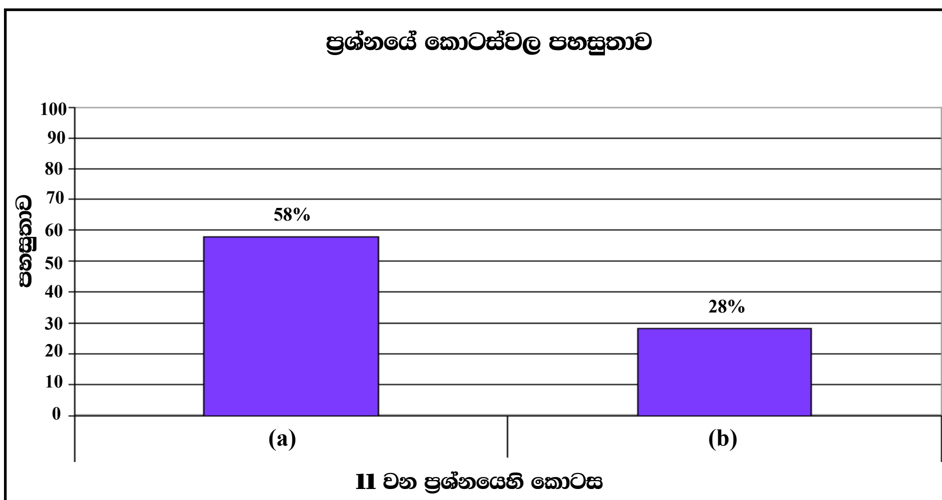
11 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 78%ක් වන අතර පහසුතාව 48% ක් වේ. මෙම ප්‍රශ්නයට ලකුණු 150ක් හිමිවේ. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 45%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38- 75 ප්‍රාන්තරයේ 39%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76- 113 ප්‍රාන්තරයේ 10%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 6%ක් පමණ ද,

ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙම ප්‍රශ්නය ප්‍රධාන කොටස් දෙකකි. (a) කොටසේ පහසුතාව 58%ක් වන අතර (b) කොටසේ පහසුතාව 28%කි. මෙහි සමස්ත පහසුතාව 48%කි.

මෙම ප්‍රශ්නය එකිනෙකින් ස්වායත්ත (a) හා (b) කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ. (a) කොටස ගුරුත්වය යටතේ සිරස් චලිතය වන අතර (b) කොටස සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය ඇසුරෙන් සකස් කර තිබිණි.

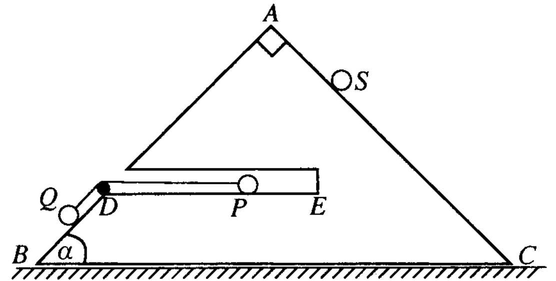
(a) කොටසෙහි (i) හා (ii) අනුකොටස්වලදී බොහෝ අයදුම්කරුවන් චලිත සමීකරණ නිවැරදිව යොදා ගැනීමෙන් සාර්ථකව පිළිතුරු ලබාගෙන ඇති නමුත් ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරය ඇඳීමේදී දිශාව නිවැරදිව ලබා නොගැනීම හේතුවෙන් සාර්ථකව අවසාන පිළිතුරට ළඟා වීමට ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරය යොදා ගැනීමෙන් (v) අනුකොටසට අදාළ Q අංශුව ගමන්ගත් සිරස් දුරට අනුරූප වර්ගඵලය ලබා ගැනීමට අපොහොසත් වී ඇත. මෙම කොටසෙහි පහසුතාව 58%ක් පමණ වේ.

(b) කොටසෙහි පිළිතුරු සැලකීමේදී සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය පිළිබඳ අයදුම්කරුවන්ගේ දැනුම අවම මට්ටමක පවතින බව පෙනේ. අදාළ ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණය ලබා ගැනීම සඳහා නිවැරදි ජ්‍යාමිතිය යොදා නොගැනීමෙන් පිළිතුරු සාර්ථකව නිම කිරීමට නොහැකි වී ඇත. මෙම කොටසෙහි පහසුතාව 28% ක් පමණ වේ.

දී ඇති තොරතුරු ඇසුරින් නිවැරදි ප්‍රවේගකාල ප්‍රස්තාරය ඇඳීම හා එහි ලක්ෂණ හඳුනා ගැනීම සඳහා සුදුසු අභ්‍යාසවල සිසුන් නිරත කරවීම අවශ්‍ය වේ.

සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය පිළිබඳ මූලික සිද්ධාන්ත භාවිතයේදී හා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳීමේදී ජ්‍යාමිතිය නිවැරදිව යොදා ගැනීමේ දැනුම වර්ධනය වන පරිදි සරල ව්‍යුහගත අභ්‍යාසවල නිරතවීමට අවස්ථාව සලසා දිය යුතුය.

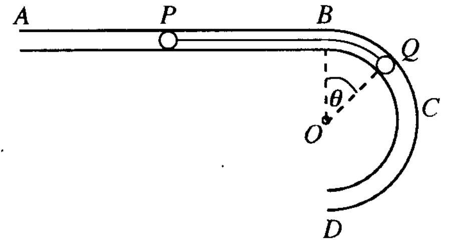
12. (*a*) දී ඇති රූපයේ, ABC ත්‍රිකෝණය, ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යන සිරස් හරස්කඩක් නිරූපණය කරයි. කුඤ්ඤය තුළ BC ට සමාන්තර වූ DE සිහින් සුමට පීල්ලක් ඇත. AB හා AC රේඛා, අදාළ මුහුණත්වල උපරිම බෑවුම් රේඛා වන අතර $A\hat{B}C = \alpha$ හා $B\hat{A}C = \dfrac{\pi}{2}$ වේ.



BC අඩංගු මුහුණත අවල සුමට තිරස් මේසයක් මත සිටින පරිදි කුඤ්ඤය තබා ඇත. එක එකක ස්කන්ධය m වූ P හා Q අංශු දෙකක් පිළිවෙළින් DE හා DB මත තබා ඒවා, D ලක්ෂ්‍යයෙහි පිහිටි කුඩා සුමට සැහැල්ලු කප්පියක් උඩින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් ඈඳා ඇත. ස්කන්ධය $\dfrac{m}{2}$ වූ S අංශුවක් AC මත ලක්ෂ්‍යයක තබා P හා Q සම්බන්ධ කෙරෙන තන්තුව ඇදී තිබිය දී, පද්ධතිය මෙම පිහිටීමෙන් නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.

P අංශුවට ED දිගේ ද Q අංශුවට DB දිගේ ද S අංශුවට AC දිගේ ද චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. තවදුරටත්, මුළු පද්ධතියට ම BC දිගේ චලිත සමීකරණය ලියන්න. **ඒනයින්**, කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\overrightarrow{BC}$ හි දිශාවට $\dfrac{mg\sin\alpha}{2M+3m-2m\cos\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) $ABCD$ සිහින් සුමට නලයක් පහත රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට නවා ඇත. නලයේ AB කොටස සෘජු වේ. BCD කොටසට අරය a හා කේන්ද්‍රය O වූ අර්ධ වෘත්තාකාර හැඩයක් ඇති අතර BD විෂ්කම්භය AB ට ලම්බ වේ. AB තිරස් ව හා ඉහළින් ම ඇතිව නලය සිරස් තලයක සවිකර ඇත. නලය ඇතුළත, ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් හා ස්කන්ධය $3m$ වූ Q අංශුවක් $l\left(>\dfrac{\pi a}{2}\right)$ දිගැති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේ දී, තන්තුව ඇදී AB දිගේ තිබෙන අතර Q අංශුව B ලක්ෂ්‍යයේ තබා ඇත. Q අංශුව මෙම පිහිටීමේ සිට යන්තමින් විස්ථාපනය කරනු ලැබීමෙන් t කාලයක දී OQ අරය θ සුළු කෝණයකින් හැරේ.

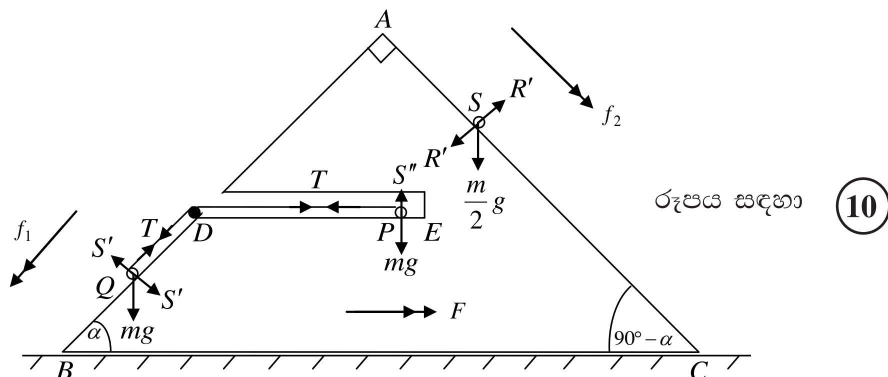


ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්, $\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2 = \dfrac{3g}{2a}(1-\cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

ඒනයින්, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, P අංශුවේ ත්වරණය $\dfrac{3g}{4}\sin\theta$ බව පෙන්වන්න.

t කාලයේ දී Q අංශුව මත නලයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව හා තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

(a)



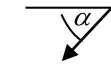
රූපය සඳහා **10**

නිව්ටන් දෙවැනි නියමය යෙදීමෙන් :

P අංශුවට, ED දිගේ : $\longleftarrow$

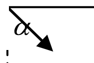
$$T = m(f_1 - F) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$ **10**

Q අංශුවට, DB දිගේ :



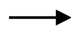
$$mg\sin\alpha - T = m(f_1 - F\cos\alpha) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2) \quad \text{(10)}$$

S අංශුවට, AC දිගේ :



$$\frac{m}{2}g\cos\alpha = \frac{m}{2}(f_2 + F\sin\alpha) \ldots\ldots\ldots\ldots (3) \quad \text{(10)}$$

පද්ධතියට, BC දිගේ :



$$0 = MF + m(F - f_1) + m(F - f_1\cos\alpha) + \frac{m}{2}(F + f_2\sin\alpha) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4) \quad \text{(15)} \quad \boxed{55}$$

$\frac{(1)+(2)}{m}$:

$$g\sin\alpha = 2f_1 - F(1+\cos\alpha)$$

$$\Rightarrow f_1 = \frac{g\sin\alpha + F(1+\cos\alpha)}{2} \quad \text{(5)}$$

(3) න්,

$$f_2 = g\cos\alpha - F\sin\alpha \quad \text{(5)}$$

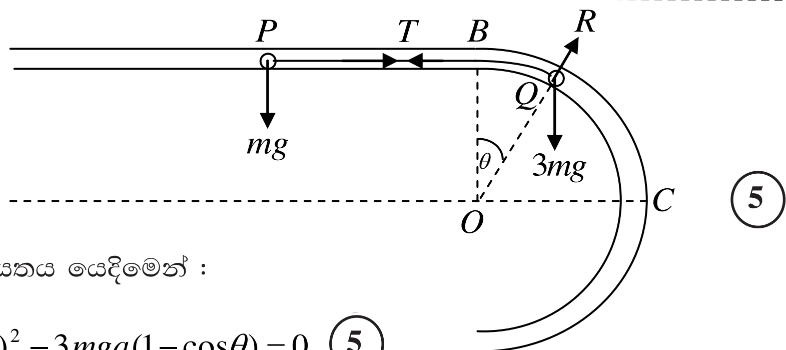
$$(4) \Rightarrow 0 = F\left\{M + \frac{5m}{2}\right\} - mf_1(1+\cos\alpha) + \frac{m}{2}f_2\sin\alpha$$

$$0 = \frac{F}{2}(2M+5m) - \frac{m}{2}(1+\cos\alpha)\{g\sin\alpha + F(1+\cos\alpha)\} + \frac{m}{2}\sin\alpha(g\cos\alpha - F\sin\alpha) \quad \text{(10)}$$

$$mg\sin\alpha = F\{2M + 5m - m(1+\cos\alpha)^2 - m\sin^2\alpha\}$$

$$= F\{2M + 3m - 2m\cos\alpha\} \quad \text{(5)}$$

$$\Rightarrow \quad F = \frac{mg\sin\alpha}{2m + 3m - 2mcoos\alpha} \quad \boxed{25}$$



(5)

(b) චා. ශ. + වි. ශ. = නියතය යෙදීමෙන් :

$$\frac{1}{2}m(a\dot{\theta})^2 + \frac{3m}{2}(a\dot{\theta})^2 - 3mga(1-\cos\theta) = 0 \quad \text{(5)}$$

(10) (10)

$$\dot{\theta}^2 = \frac{3g}{2a}(1-\cos\theta) \quad \text{(5)} \quad \boxed{35}$$

θ විෂයයෙන් අවකලනයෙන් $2\dot{\theta}\dfrac{d\dot{\theta}}{d\theta} = \dfrac{3g}{2a}\sin\theta$ (5)

$$\Rightarrow \quad a\ddot{\theta} = \frac{3g}{4}\sin\theta$$

$\therefore$ P අංශුවේ ත්වරණය $= a\ddot{\theta} = \dfrac{3g}{4}\sin\theta \longrightarrow$ (5)

10

P හා Q අංශු සඳහා නිව්ටන් දෙවැනි නියමය යෙදීමෙන් :

PB දිගේ P අංශුවට $\longrightarrow$

$$T = ma\ddot{\theta} \quad (5)$$

$$\Rightarrow T = m\frac{3g}{4}\sin\theta. \quad (5)$$

= :තන්තුවේ ආතතිය

QO දිගේ Q අංශුවට (θ)

$$3mg\cos\theta - R = 3ma\dot{\theta}^2 \quad (5)$$

$$R = 3mg\cos\theta - 3ma\frac{3g}{2a}(1-\cos\theta) \quad (5)$$

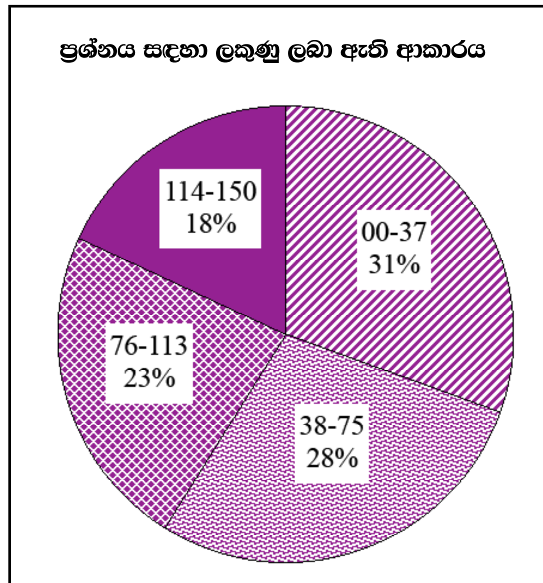
$$= 3mg\cos\theta - \frac{9mg}{2} + \frac{9mg}{2}\cos\theta$$

$$= \frac{3mg}{2}(5\cos\theta - 3) \quad (5)$$

25

---

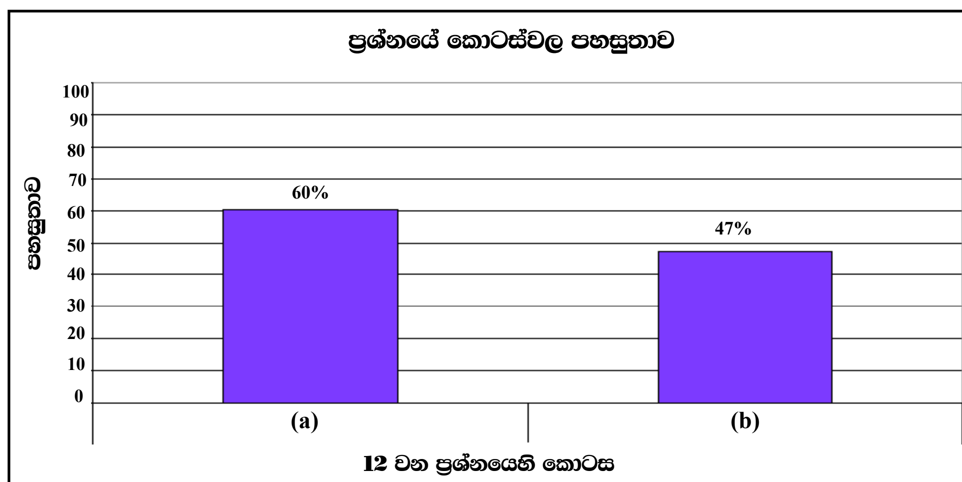
12 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 94%කි. මෙහි පහසුතාව 55% කි. මෙම ප්‍රශ්නයට ලකුණු 150 ක් හිමි වේ. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 31%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 28%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 23%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 18%ක් පමණ ද,

ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙම ප්‍රශ්නයෙහි ප්‍රධාන කොටස් දෙකකි. (a) කොටසෙහි පහසුතාව 60%ක් වන අතර (b) කොටසෙහි පහසුතාව 47%ක් වේ. මෙහි සමස්ත පහසුතාව 55% කි.

මෙම ප්‍රශ්නය (a) හා (b) යනුවෙන් එකිනෙකින් ස්වායත්ත කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ. (a) කොටස සාපේක්ෂ ත්වරණය ඇසුරින් ද (b) කොටස වෘත්ත චලිතය ඇසුරින් ද සකස් කර තිබුණි.

(a) කොටසෙහි පහසුතාව 60%ක් වේ. බොහෝ අයදුම්කරුවන් ත්වරණය නිවැරදිව ලකුණු කර තිබුණ ද ඇතැම් අයදුම්කරුවන් කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව තන්තුවේ දෙකෙළවර අංශු දෙකෙහි ත්වරණ එකම බව ලකුණු කර නොගැනීමෙන් නිවැරදි සමීකරණය ලබා ගැනීමට අපොහොසත් වී ඇත. තවද සමීකරණ නිවැරදිව ලබාගත් අයදුම්කරුවන්ගේ සුළු කිරීම් දෝෂ ද හේතුවෙන් අවශ්‍ය පිළිතුරට ළඟාවීමට ඔවුන්ට නොහැකි වී ඇත.

(b) කොටසෙහි පහසුතාව 47%ක් පමණ වේ. මෙම ප්‍රශ්නයට සැපයෙන පිළිතුරුවල ශක්ති සංස්ථිති නියමය යෙදීමේදී කෝණික විස්ථාපනය ඇසුරෙන් වේගය $a\theta$ ලෙස ඉදිරිපත් කිරීමට අපොහොසත් වී ඇත. එලෙසම P අංශුවේ ස්පර්ශකය ඔස්සේ ත්වරණය ලබා ගැනීමට ද නොහැකි වී ඇත. මේ හේතු නිසා ප්‍රශ්නවලට සාර්ථකව පිළිතුරු සැපයීමට අපොහොසත් වී ඇත.

සාපේක්ෂ ත්වරණය පිළිබඳ අභ්‍යාසවලදී යොදා ගැනෙන $\mathbf{F = ma}$ සමීකරණයේ ත්වරණය ($\mathbf{a}$) අවස්ථිති රාමුවකට සාපේක්ෂව යෙදිය යුතු බව අවධාරණය කළ යුතුය.

සරල ව්‍යුහගත අභ්‍යාස මගින් මෙම දැනුම සිසුන්ට ලබා දිය යුතුය.

13 වන ප්‍රශ්නය

13. ස්වාභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය $2mg$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක කෙළවරක් අචල A ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. A හි මට්ටමට ඉහළින් සවිකරන ලද B කුඩා සුමට නාදැත්තක් උඩින් තන්තුව යන අතර, තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් සම්බන්ධ කර ඇත. AB දුර a වන අතර, BA යටි අත් සිරස සමග සාදන කෝණය $\frac{\pi}{3}$ වේ. ආරම්භයේ දී P අංශුව B නාදැත්තට යන්තමින් පහළින් තබා සිරස් ව පහළට $u=\sqrt{\frac{5ga}{8}}$ වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. කාලය t වන විට තන්තුවේ විතතිය x යැයි ගනිමු. P අංශුවෙහි සරල අනුවර්තී චලිතය සඳහා සමීකරණය $\ddot{X}+\omega^2X=0$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $X=x-\frac{a}{2}$ හා $\omega^2=\frac{2g}{a}$ වේ. මෙම චලිත සමීකරණය සඳහා, $\dot{X}^2=\omega^2\left(A^2-X^2\right)$ ආකාරයේ විසඳුමක් උපකල්පනය කරමින්, සරල අනුවර්තී චලිතයේ විස්තාරය $A=\frac{3a}{4}$ බව පෙන්වා, අංශුව ළඟා වන පහත් ම පිහිටීම වූ E ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

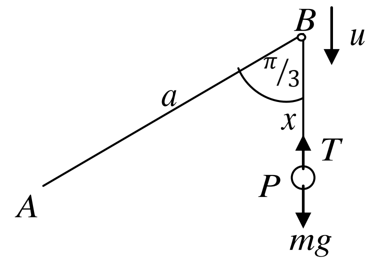
සරල අනුවර්තී චලිතයේ C කේන්ද්‍රය පසු කර අංශුව යන විට එහි වේගය $\frac{3u}{\sqrt{5}}$ බව පෙන්වන්න.

අනුරූප වෘත්ත චලිතය සැලකීමෙන්, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, P අංශුව පහළට චලනය වීමේ දී C පසු කර යෑමට ගන්නා කාලය $\sqrt{\frac{a}{2g}}\left\{\frac{\pi}{2}-\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right\}$ බව පෙන්වන්න.

තවදුරටත්, P අංශුව එහි පහත් ම පිහිටීම වූ E වෙත ළඟා වීමට ගන්නා කාලයත්, නාදැත්ත මත තන්තුවෙන් ඇති කරනු ලබන බලයේ උපරිම විශාලත්වයත් සොයන්න.

P අංශුවට $F=ma$ යොදමු.

$\downarrow \quad mg-T=m\ddot{x}$ (5)



$T=2mg\left(\frac{x}{a}\right)$, $\because$ ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $=2mg$ (5)

T ඉවත් කිරීමෙන් හා m වලින් බෙදීමෙන්

$g=\ddot{x}+\frac{2g}{a}x$ (5) හෝ $\ddot{x}+\frac{2g}{a}\left(x-\frac{a}{2}\right)=0$ (5)

$\ddot{X}+\omega^2X=0,$ මෙහි $X=x-\frac{a}{2}$ හා $\omega^2=\frac{2g}{a}$ වේ. (5)

25

සරල අනුවර්තී චලිතයේ (SHM) C කේන්ද්‍රය : $X=0\Rightarrow x=\frac{a}{2}=BC$ (5)

SHM සමීකරණයේ උපකල්පිත විසඳුම, $\dot{X}^2=\omega^2\left(A^2-X^2\right)$,

මෙහි A යනු චලිතයේ විස්තාරය වේ.

ආරම්භයේදී $x=0$ වන විට $X=-\frac{a}{2}$ (5) හා $\dot{x}=\dot{X}=\sqrt{\frac{5ga}{8}}=u$ වේ. (5)

දී ඇති ආකාරයේ විසඳුමට ආදේශයෙන්

A ධන නිසා, $\dfrac{5ga}{8} = \dfrac{2g}{a}\left[A^2 - \left(-\dfrac{a}{2}\right)^2\right]$ (5)

$$\frac{5a^2}{16} + \frac{a^2}{4} = A^2 = \frac{9a^2}{16}$$

$$, \ A = \frac{3a}{4}. \quad (5)$$

එනම්, විස්තරය $= \dfrac{3a}{4}$

(5)

තන්තුවේ උපරිම විතතිය $\Rightarrow \dot{X} = 0 \Rightarrow X = A$ එනම් $x - \dfrac{a}{2} = \dfrac{3a}{4} \Rightarrow x = \dfrac{5a}{4}$. (5) **35**

$\dot{X}^2 = \omega^2\left(A^2 - X^2\right)$, මෙහි $A = \dfrac{3a}{4}$

කේන්ද්‍රය (X = 0) පසුකර යනවිට අංශුවේ වේගය V,

$$V^2 = \omega^2 A^2 = \frac{2g}{a} \cdot \frac{9a^2}{16} \Rightarrow V = 3\sqrt{\frac{ga}{8}} \quad (5)$$

(5)

තවද, $u^2 = \dfrac{5ga}{8}$.

$$\therefore \left(\frac{V}{u}\right)^2 = \frac{9ga}{8} \cdot \frac{8}{5ga} \quad (5)$$

$$\Rightarrow \quad V = \frac{3u}{\sqrt{5}}. \quad (5)$$

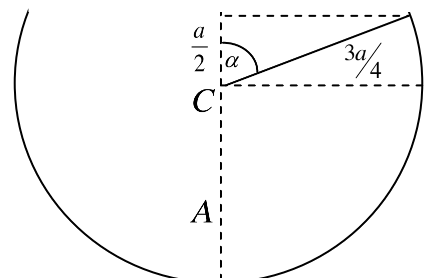
20

α යනු, $\alpha = \cos^{-1}\left(\dfrac{2}{3}\right)$ වූ සුළු කෝණය ලෙස ගනිමු. (5)

C කේන්ද්‍රය පසුකර යෑමට අංශුව ගත කරන කාලය t_0,

$\omega t_0 = \dfrac{\pi}{2} - \alpha \Rightarrow t_0 = \dfrac{1}{\omega}\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right)$ මඟින් දෙනු ලැබේ.

(5) (5)



එනම් $t_0 = \sqrt{\dfrac{a}{2g}}\left\{\dfrac{\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\dfrac{2}{3}\right)\right\}$ (5)

රූප සටහනට : (15)

35

පහත්ම පිහිටීමට ළඟා වීමට අංශුව ගන්නා කාලය t_1,

$\omega t_1 = \pi - \alpha \Rightarrow t_1 = \frac{1}{\omega}(\pi - \alpha)$ මඟින් දෙනු ලැබේ.

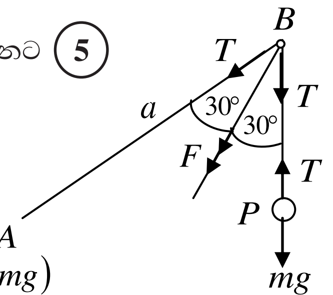
(5) (5)

එනම් $t_1 = \sqrt{\frac{a}{2g}}\left\{\pi - \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right\}$ (5)

15

උපරිම විතතිය $= \frac{a}{2} + A = \frac{5a}{4}$.

රූප සටහනට (5)



උපරිම ආතතිය, $T_{\max} = (2mg)\left(\frac{5a/4}{a}\right) = \frac{5mg}{2}$ (5)

(5)

නාදැත්ත මත බලයෙහි උපරිම විශාලත්වය $= 2T_{\max}\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = T_{\max}\sqrt{3} = \sqrt{3}\,\frac{(5mg)}{2}$.

(5)

20

<u>වෙනත් ක්‍රමයක්</u>

$X = x - \frac{a}{2} = \alpha\cos\omega t + \beta\sin\omega t$ ..(i) මෙහි $\omega^2 = \frac{2g}{a}$, ආකාරයේ විසඳුමක් උපකල්පනය කරමු.

අවකලනයෙන් $\dot{X} = \dot{x} = -\alpha\omega\sin\omega t + \beta\omega\cos\omega t$, ……………..……..(ii)

ආරම්භයේදී ($t = 0$ වන විට), $x = 0 \Rightarrow \dot{x} = u = \sqrt{\frac{5ga}{8}}$ වේ.

$\Rightarrow -\frac{a}{2} = \alpha$ හා $u = \beta\omega$, එනම් $\beta = \frac{u}{\omega}$

විසඳුම : $x = \frac{a}{2}(1 - \cos\omega t) + \frac{u}{\omega}\sin\omega t$,

$\Rightarrow \dot{x} = \frac{a\omega}{2}\sin\omega t + u\cos\omega t$.

30

සරල අනුවර්තීය චලිතයෙහි කේන්ද්‍රය $X=0$; එනම් $x=\frac{a}{2}$. (5)

අංශුව C කේන්ද්‍රය පසු කර යන කාලය t_0

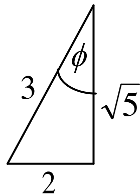
$0=-\frac{a}{2}\cos\omega t_0+\frac{u}{\omega}\sin\omega t_0$ මගින් දෙනු ලැබේ. (5)

එනම් $\tan\omega t_0=\frac{a\omega}{2u}=\frac{2}{\sqrt{5}}$, (5) $\left[\because \left(\frac{a\omega}{2u}\right)^2=\frac{2ga}{5ga/2}\right.$ (5) $\left.\right]$

සුළු කෝණය $\phi=\tan^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)=\frac{\pi}{2}-\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ ලෙස ගනිමු. (5)

එවිට $t_0=\sqrt{\frac{a}{2g}}\left\{\frac{\pi}{2}-\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right\}$

25



අංශුව C පසු කර යන විට V වේගය :

$V=\frac{a\omega}{2}\sin\omega t_0+u\cos\omega t_0=u[\tan\omega t_0.\sin\omega t_0+\cos\omega t_0]$

(5) (5)

$=u\sec\omega t_0=\frac{3u}{\sqrt{5}}$ (5)

15

B නාදැත්ත සිට පහතම E පිහිටීම දක්වා ගත වන කාලය

t_1 = B සිට C දක්වා කාලය + C සිට E දක්වා කාලය (5)

$t_1=t_0+\frac{1}{\omega}.\frac{\pi}{2}$ (5)

$t_1=\sqrt{\frac{a}{2g}}\left\{\pi-\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right\}$ (5)

15

$t=t_1$ වන විට ලැබෙන උපරිම විතතිය x_1 :

$x_1=\frac{a}{2}(1-\cos\omega t_1)+\frac{u}{\omega}\sin\omega t_1=\frac{a}{2}\left(1+\frac{2}{3}\right)+\frac{a\sqrt{5}}{4}.\frac{\sqrt{5}}{3}=\frac{5a}{4}.$

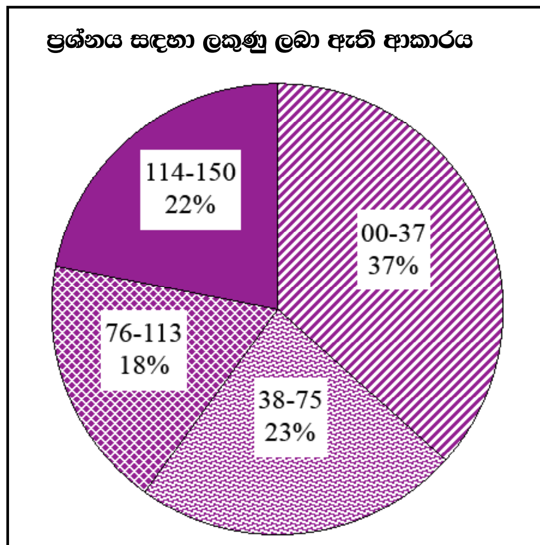
(5) (5) (5)

සරල අනුවර්තී චලිතයෙහි විස්තාරය $=\frac{5a}{4}-\frac{a}{2}=\frac{3a}{4}$ (5)

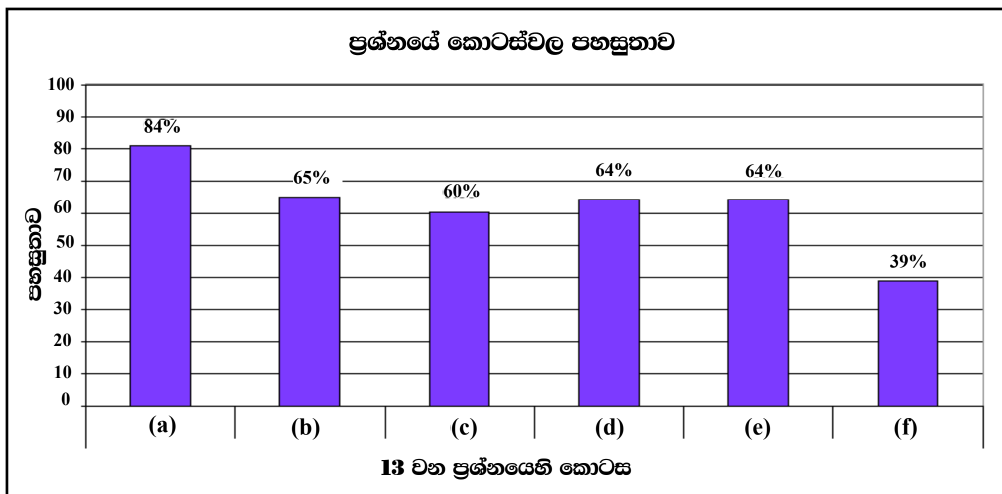
20

---

13 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 69%කි. මෙහි පහසුතා දර්ශකය 67% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් හිමි වේ. ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 37%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 23%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 18%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 22%ක් පමණ ද,
ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙම ප්‍රශ්නය ප්‍රධාන කොටස් හයකින් සමන්විත වන සේ ව්‍යුහගත කර ඇත. මුල්ම කොටසෙහි පහසුතාව උපරිම වන අතර එය 84%කි. අවසාන කොටසෙහි පහසුතාව අවම වන අතර එය 39%ක් වේ. මුල් කොටස් පහම 50% කට ඉහළ පහසුතාවලින් යුක්ත වේ. මෙහි සමස්ත පහසුතාව 67%කි.

සමස්ත පිළිතුර ඉලක්ක කර ගනිමින් ව්‍යුහගත ආකාරයෙන් ඉදිරිපත් කර ඇති මෙම ප්‍රශ්නයෙහි මුල් කොටස් පහ සඳහාම සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා ඇත. සමහර අයදුම්කරුවන් දී ඇති ආකාරයට තන්තුවේ විතතිය වන x තෝරා ගෙන නැත. ලාක්ෂණික සමීකරණය භාවිතයේදී X හි අගය සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රයේ සිට මැන නැත. කාලය සෙවීමට වෙනත් ක්‍රම නිවැරදිව භාවිත කර නොතිබුණි. තන්තුවේ උපරිම ආතතිය සෙවීමට නොහැකි වීම නිසා නාදැත්ත මත බලයෙහි උපරිම විශාලත්වය ලබා ගැනීමට අපොහොසත් වී ඇත.

සරල අනුවර්තී චලිතය ආශ්‍රිත අභ්‍යාසවලදී ගැටලු විසඳීමේදී එකම ප්‍රශ්නයකට වුවද වෙනස් ක්‍රම භාවිතයෙන් පිළිතුරු සැපයීමේ හැකියාව සිසුන් තුළ වර්ධනය වන පරිදි අභ්‍යාසවල නිරත කරවීම උචිත වේ.

14 වන ප්‍රශ්නය

14. xy-තලයේ O මූලය අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික, සුපුරුදු අංකනයෙන්, පිළිවෙළින් $\mathbf{i}+\mathbf{j}, 2\mathbf{i}+3\mathbf{j}$ හා $4\mathbf{i}+2\mathbf{j}$ වේ. $\overrightarrow{BP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ වන පරිදි BC මත පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න. $ABCD$ ත්‍රපීසියමක D ශීර්ෂය ගනු ලබන්නේ BC පාදය AD ට සමාන්තර වන පරිදි ද PD, AC ට ලම්බ වන පරිදි ද වේ. D හි පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{11}{3}\mathbf{i}-\frac{1}{3}\mathbf{j}$ බව පෙන්වන්න.

දුර මීටරවලින් ද බලය නිව්ටනවලින් ද මනින ලද, xy-තලයෙහි බල හතරකින් සමන්විත වන පද්ධතියක් පහත දැක්වෙන පරිදි දී ඇත.

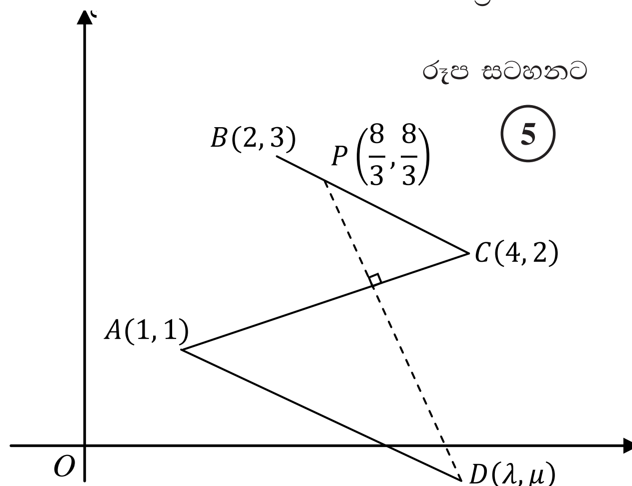
ක්‍රියා ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක	බලයේ Ox , Oy දිශාවලට සංරචක
$B(2,3)$	$\mathbf{F}_1=(2,4)$
$C(4,2)$	$\mathbf{F}_2=(3,1)$
$L(0,1)$	$\mathbf{F}_3=(6,12)$
$M(0,6)$	$\mathbf{F}_4=(9,3)$

(i) $\mathbf{F}_1$ හා $\mathbf{F}_2$ බල දෙකෙහි O මූලය හා $A\ (1,1)$ ලක්ෂ්‍යය වටා ඝූර්ණ ශුන්‍ය වන බව පෙන්වා, **ඒනයින්** $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$, $\mathbf{F}_3$ හා $\mathbf{F}_4$ බල හතරෙන් සමන්විත පද්ධතියෙහි O මූලය වටා G ඝූර්ණය දක්ෂිණාවර්ත අතට 60 N m විශාලත්වයෙන් යුතු වන බව පෙන්වන්න.

(ii) පද්ධතියෙහි $\mathbf{R}$ සම්ප්‍රයුක්තයේ (X, Y) සංරචක සොයන්න. **ඒනයින්**, $\mathbf{R}$ හි ක්‍රියා රේඛාවට y-අක්ෂය හමු වන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

(iii) බල පද්ධතිය $(0,-4)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි ක්‍රියා කරන තනි බලයකින් හා ඝූර්ණය G_1 වූ යුග්මයකින් ප්‍රතිස්ථාපනය කරනු ලැබේ. G_1 හි අගය සොයා, තනි බලයේ ක්‍රියා රේඛාව $D\left(\frac{11}{3},-\frac{1}{3}\right)$ ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන බව පෙන්වන්න.

$AD//BC$ හා $PD \perp AC$ සහිතව $ABCD$ ත්‍රිපීසියමකි.



$\overrightarrow{OA}=\underline{i}+\underline{j}$

$\overrightarrow{OB}=2\underline{i}+3\underline{j}$

$\overrightarrow{OC}=4\underline{i}+2\underline{j}$

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OC}$ (5)

$=-(2\underline{i}+3\underline{j})+4\underline{i}+2\underline{j}$

$=2\underline{i}-\underline{j}$ (5)

$\overrightarrow{BP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{3}\left(2\underline{i}-\underline{j}\right)$ (5) එම නිසා $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BP}=\frac{8}{3}\left(\underline{i}+\underline{j}\right)$ (5)

$\overrightarrow{AD}//\overrightarrow{BC} \Rightarrow \frac{\lambda-1}{2}=\frac{\mu-1}{-1} \Rightarrow \lambda-1=2(1-\mu)$ (5)

$\lambda+2\mu=3 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$ (5)

$\overrightarrow{PD}\perp\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{PD}.\overrightarrow{AC}=0,$ (5) $\overrightarrow{AC}=3\underline{i}+\underline{j}$ (5)

$\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad$ (5)

$\Longrightarrow \left\{\left(\frac{8}{3}-\lambda\right)\underline{i}+\left(\frac{8}{3}-\mu\right)\underline{j}\right\}.\left(3\underline{i}+\underline{j}\right)=0 \qquad 8-3\lambda+\frac{8}{3}-\mu=0$ (5)

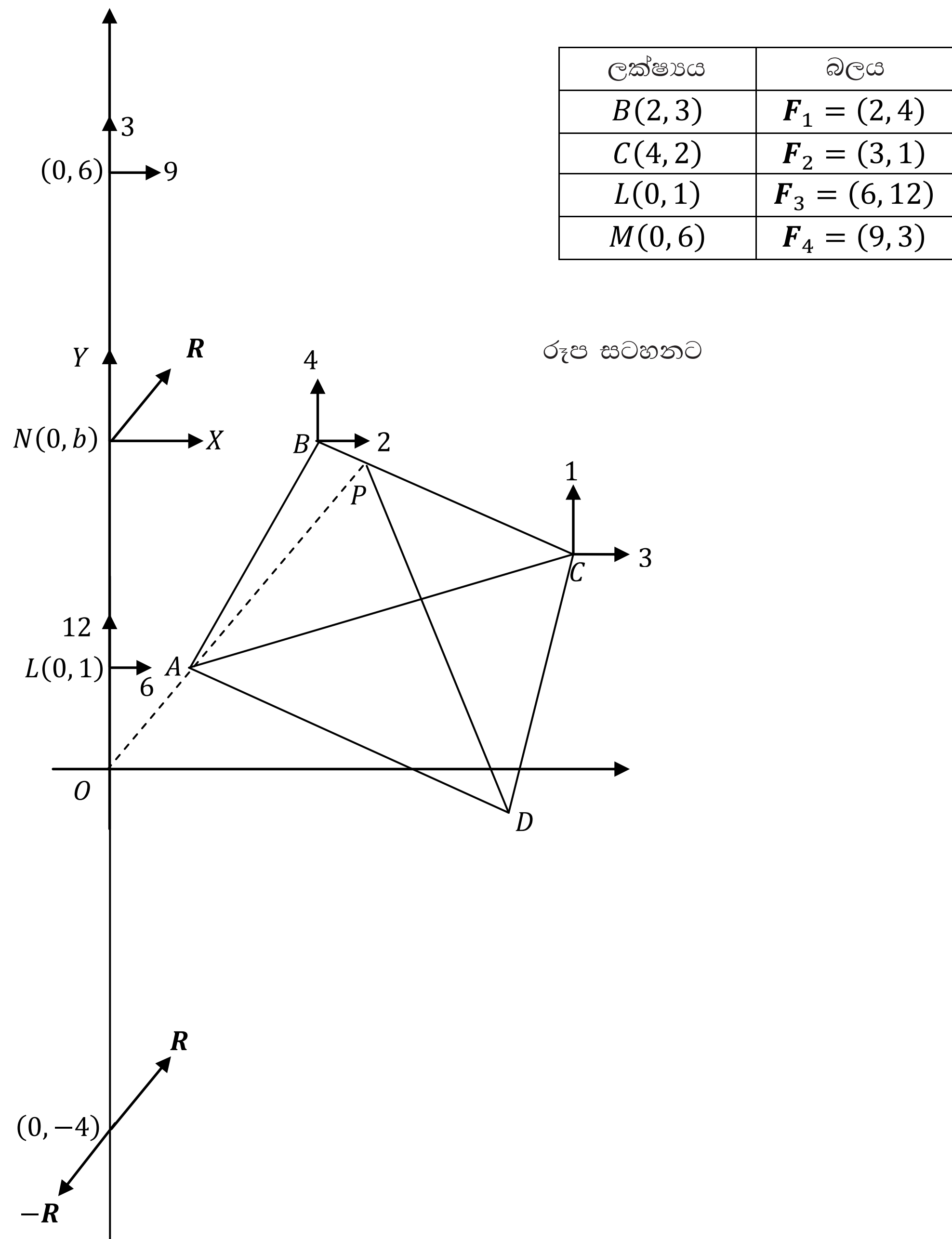
$9\lambda+3\mu=32$………….. (2) (5)

(1) න් $\Longrightarrow 9\lambda+18\mu=27$

$15\mu=-5 \Rightarrow \mu=-\frac{1}{3}$ (5) හා $\lambda=3+\frac{2}{3}=\frac{11}{3}$ (5)

එනයින් $\overrightarrow{OD}=\frac{11}{3}\underline{i}-\frac{1}{3}\underline{j}.$

<u>බල පද්ධතිය</u>



ලක්ෂ්‍යය	බලය
$B(2,3)$	$\boldsymbol{F}_1=(2,4)$
$C(4,2)$	$\boldsymbol{F}_2=(3,1)$
$L(0,1)$	$\boldsymbol{F}_3=(6,12)$
$M(0,6)$	$\boldsymbol{F}_4=(9,3)$

I O වටා F_1 හා F_2 හි ඝූර්ණය $\circlearrowleft = 2.4 - 3.2 + 4.1 - 2.3 = 0$ (5)

A වටා F_1 හා F_2 හි ඝූර්ණය $\circlearrowleft = 1.4 - 2.2 + 3.1 - 1.3 = 0$ (5)

F_1, F_2, F_3 හා F_4 හි O වටා ඝූර්ණය = F_3 හා F_4 හි O වටා ඝූර්ණය (5)

$= 6.1 + 9.6 = 60 \curvearrowright Nm$ (5)

30

II පද්ධතිය විභේදනයෙන්

$\longrightarrow X = 2 + 3 + 6 + 9 = 20$ (5)

$\uparrow Y = 4 + 1 + 12 + 3 = 20$ (5)

(X, Y) සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි ක්‍රියා රේඛාව හා y – අක්ෂය ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය $N(0, b)$ යැයි ගනිමු. (5)

එවිට, O මූලය වටා ඝූර්ණ ගැනීමෙන්

$O \curvearrowright \quad b.X = 60$ (5) $\Rightarrow b = \frac{60}{X} = \frac{60}{20} = 3$ (5)

$\therefore N$ ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(0, 3)$ වේ.

25

III $(0, -4)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි $-\boldsymbol{R}$ හා $\mathbf{R}$ බල ඇතුළත් කරන්න. (5)

එවිට පද්ධතිය, $(0, -4)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි $\boldsymbol{R}$ බලයක් සමඟ

ඝූර්ණය වූ $G = X.(3 + 4) = 140\ Nm \circlearrowleft$ යුග්මයකට තුල්‍ය වේ. (5)

$(0, -4)$ හි තනි $\underline{\boldsymbol{R}}$ බලයේ ක්‍රියා රේඛාව $y = x - 4$ වේ. (5)

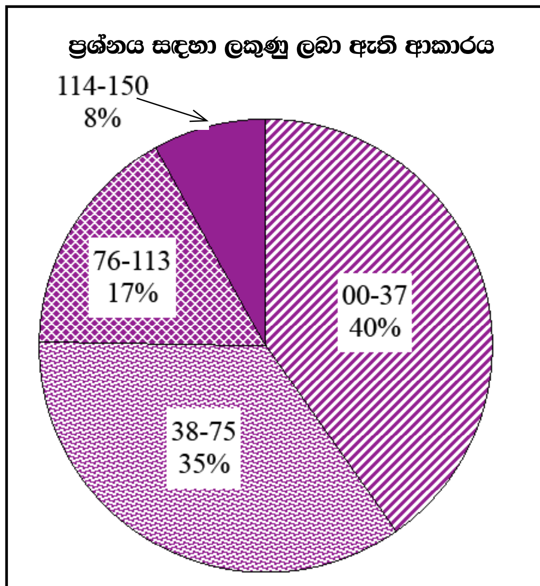
$\frac{-1}{3} = \frac{11}{3} - 4$ බැවින් $D\left(\frac{11}{3}, \frac{-1}{3}\right)$ හි ඛණ්ඩාංක මෙම සමීකරණය සපුරාලයි. (5)

$\Rightarrow$ තනි බලයේ ක්‍රියා රේඛාව මත D පිහිටයි. (5)

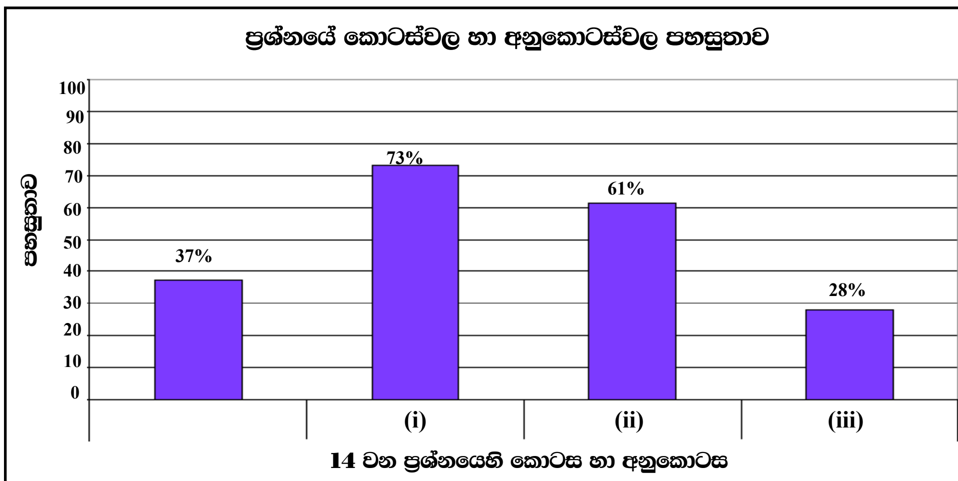
25

---

14 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 75%කි. පහසුතාව 48% ක් වේ. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් හිමි වේ. ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 40%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 35%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 17%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 8%ක් පමණ ද,
ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙම ප්‍රශ්නයෙහි (i) හා (ii) කොටස් හැරුණුවිට ඉතිරි කොටස්වල පහසුතා 50%ට වඩා අඩුය. (i) කොටසේ පහසුතාව උපරිම වන අතර (iii) කොටසේ පහසුතාව අවම වේ. ඒවායේ පහසුතා පිළිවෙළින් 73%ක් සහ 28%ක් වේ. මෙහි සමස්ත පහසුතාව 48%කි.

මෙම ප්‍රශ්නය දෛශික හා ඒකතල බල පද්ධති යන විෂයය ඒකක ඇසුරෙන් සකස් වී ඇත. මෙහි මුල් කොටස දෛශික මත ද ඉතිරි අනුකොටස් තුන ඒකතල බල පද්ධති මත ද පදනම් වී ඇත. අයදුම්කරුවන්ගෙන් 76%ක් මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන තිබුණි. උත්සාහ කළ අයදුම්කරුවන්ගෙන් වැඩි දෙනකු P ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය නිවැරදිව ලබාගෙන තිබුණි. නමුත් සමාන්තර බව හා ලම්බ බව දෛශික හා සම්බන්ධ කර ගැනීමට අපොහොසත් වීම හේතුවෙන් D ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය නිවැරදිව ලබා ගැනීමට නොහැකි වී ඇත. D ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සෙවීමේදී දෛශික ක්‍රම භාවිත නොකිරීමෙන් සමහර අයදුම්කරුවන්ට ලකුණු අහිමි විය.

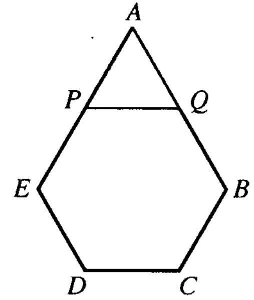
ඒකතල බල පද්ධතිය නිරූප්‍ය සටහනකට ලකුණු කිරීම ඇතැම් අයදුම්කරුවන් නිවැරදිව කර නැති අතර ඝූර්ණ ගැනීමේ දුර්වලතා ද දක්නට ලැබුණි. ඇතැම් අයදුම්කරුවන් R හි ක්‍රියාරේඛාව නිවැරදිව ලබාගෙන නොතිබුණි. සමහර පිළිතුරු පත්‍රවල R හි ක්‍රියාරේඛාව සෙවීමට සම්මත සමීකරණය වන $G + Xy - Yx = 0$ යොදා ගැනීමට යාමෙන් පිළිතුරු ව්‍යාකූල බවට පත් කර ගෙන තිබිණි.

බොහෝ සිසුන්ට බල පද්ධතියක් ලක්ෂ්‍යයකදී ක්‍රියා කරන තනි බලයකට හා බල යුග්මයකට ඌනනය කිරීම පිළිබඳව පැහැදිලි අවබෝධයක් හා දැනුමක් නොමැති බව (iii) කොටසේ පහසුතා දර්ශකය 28%ක තරම් අඩු අගයක් තිබීමෙන් වඩාත් පැහැදිලි වේ.

දෛශික පිළිබඳ මූලික දැනුම වර්ධනය වන සේ හා ඒකතල බල පද්ධතිවල මූලික සිද්ධාන්ත වර්ධනය වන සේ සුදුසු අභ්‍යාසවල සිසුන් නිරත කරවීම උචිත වේ.

15 වන ප්‍රශ්නය

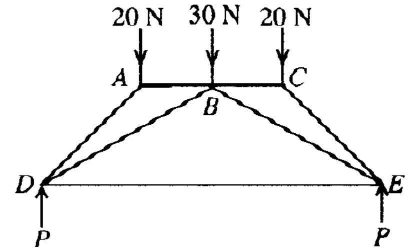
15. (*a*) AB, BC, CD, DE හා EA ඒකාකාර බර දඬු පහක් ඒවායේ කෙළවරවලින් සුමට ලෙස සන්ධි කර රූපයේ දැක්වෙන පරිදි $ABCDE$ පංචාස්‍රයක හැඩයේ රාමු සැකිල්ලක් සාදා ඇත. BC, CD හා DE දඬු එක එකක දිග l හා බර W වේ. AB හා EA දඬු එක එකක දිග $2l$ හා බර $2W$ වේ. දිග l වූ සැහැල්ලු PQ දණ්ඩක P හා Q දෙකෙළවර පිළිවෙළින් AE හා AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යවලට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. A සන්ධියෙන් නිදහස් ලෙස එල්ලා ඇති රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතව පිහිටයි.



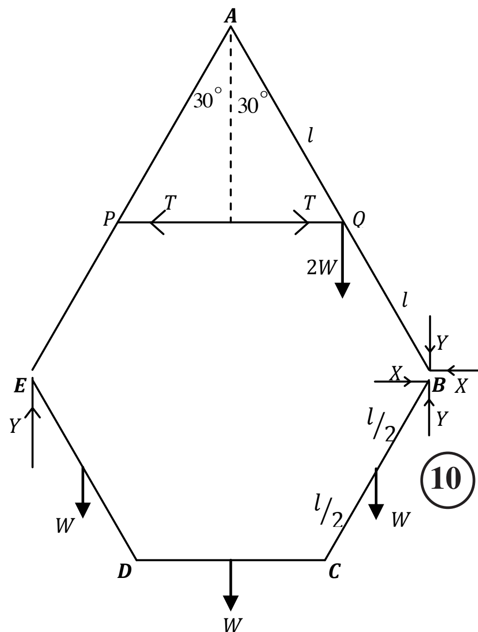
B සන්ධියෙහි ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් හා සිරස් සංරචක වන (X, Y) ද PQ සැහැල්ලු දණ්ඩේ තෙරපුම වන T ද නිර්ණය කිරීම සඳහා ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න. **ඒනයින්**, B සන්ධියේ දී AB දණ්ඩ මත ප්‍රතික්‍රියාව සොයා, $T = \frac{7W}{\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) දෘඩ සැහැල්ලු දඬු හතක් ඒවායේ කෙළවරවලින් නිදහස් ලෙස සන්ධි කර සාදා ගත් **සමමිතික** රාමු සැකිල්ලක් රූපයේ දැක්වේ. AB, BC හා DE දඬු තිරස් වේ. $A\hat{D}E = C\hat{E}D = 45^\circ$ සහ $B\hat{D}E = B\hat{E}D = 30^\circ$ වේ. රාමු සැකිල්ලට A, B හා C සන්ධිවල දී රූපයේ දැක්වෙන භාර යොදා ඇති අතර, D හා E සන්ධිවල දී සමාන P සිරස් බලවලින් ආධාර කර ඇත. P හි අගය සොයන්න.

බෝ අංකනය යෙදීමෙන්, A හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහන් එක ම රූපයක අඳින්න. **ඒනයින්**, AD, AB, DE හා DB දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා, ඒවා ආතති හෝ තෙරපුම් වශයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.



(a)



BC, CD, DE දඬු සඳහා

සිරස් විභේදනයෙන්,

$\uparrow 2Y = 3W \Rightarrow Y = \frac{3W}{2}$ (10)

CB සඳහා, C වටා ඝූර්ණ ගැනීමෙන්

$C \circlearrowleft \quad -X.l\frac{\sqrt{3}}{2} + Y.\frac{l}{2} = W\frac{l}{4}$ (10)

$X\sqrt{3} = \frac{3}{2}W - \frac{1}{2}W = W$ (5)

AB දණ්ඩ සඳහා A වටා ඝූර්ණ ගැනීමෙන්,

$T.l\frac{\sqrt{3}}{2} = Xl\sqrt{3} + Y.l + 2W.\frac{l}{2}$ (15)

$T\frac{\sqrt{3}}{2} = W + \frac{3}{2}W + W = \frac{7}{2}W$ (5)

$T = \frac{7W}{\sqrt{3}}$ (5)

60

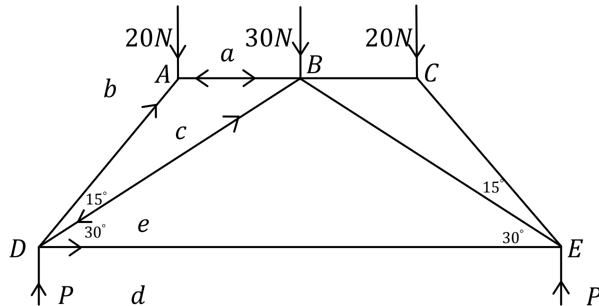
X, θ, R, Y

$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = W\sqrt{\left(\frac{1}{3} + \frac{9}{4}\right)} = W\sqrt{\frac{31}{12}}$ (5)

$\tan\theta = \frac{Y}{X} = \frac{3W/_2}{W/_{\sqrt{3}}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ (5)

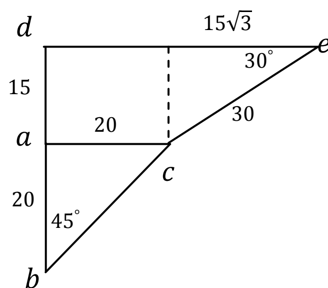
B හි ප්‍රතික්‍රියාව, තිරස සමඟ $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ කෝණයක් සාදයි. (5) **15**

(b) රූප සටහන



$2P = 70$

$P = 35\ N$ (5)



ප්‍රත්‍යා බල සටහනට (25)

$bc = 20\sqrt{2}\ N$ (5) : AD හි තෙරපුම (5)

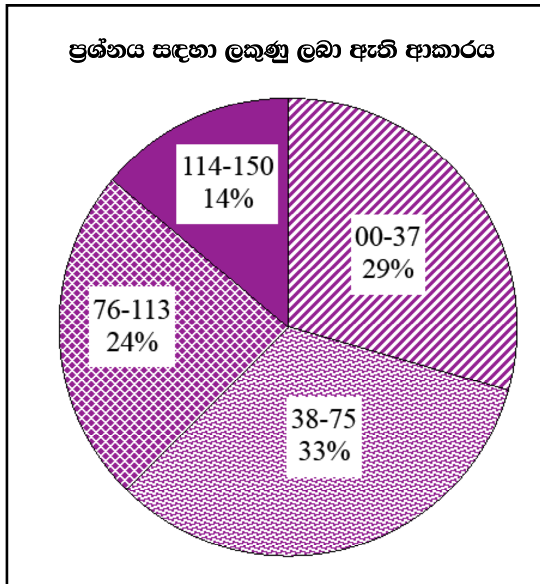
$ca = 20\ N$ (5) : AB හි තෙරපුම (5)

$de = 20 + 15\sqrt{3}\ N$ (10) : DE හි ආතතිය (5)

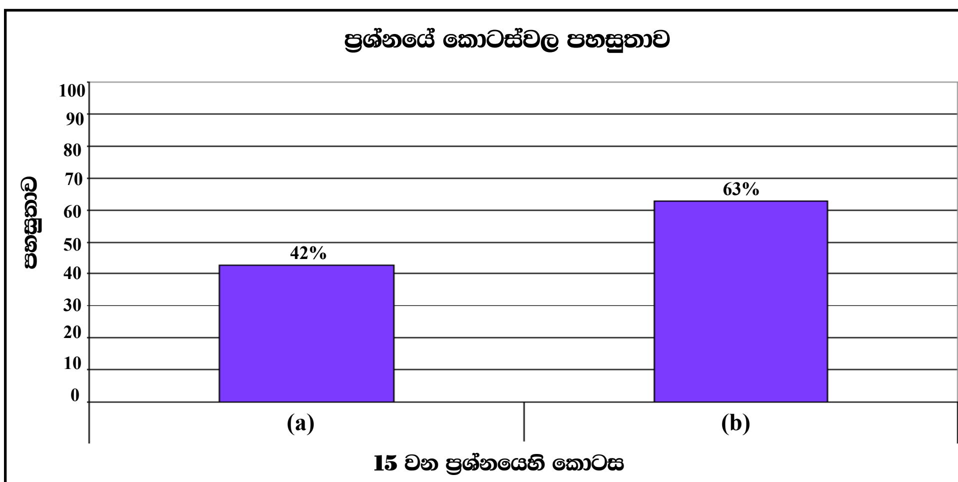
$ec = 30\ N$ (5) : DB හි තෙරපුම (5) **75**

---

15 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 95%කි. පහසුතා දර්ශකය 52% ක් වේ. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් හිමි වේ. ඉන්
ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 29%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 33%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 24%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 14%ක් පමණ ද,
ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙම ප්‍රශ්නය ප්‍රධාන කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ. (b) කොටසේ පහසුතාව උපරිම වන අතර එය 63%කි. (a) කොටසේ පහසුතාව 42%කි. ප්‍රශ්නයේ සමස්ත පහසුතාව 52%කි.

මෙම ප්‍රශ්නය (a) හා (b) යනුවෙන් කොටස් දෙකකින් සමන්විත වන අතර (a) සන්ධි කළ දඬු විෂයය කොටසින් ද (b) රාමු සැකිලි විෂය කොටසින් ද සමන්විත වේ.

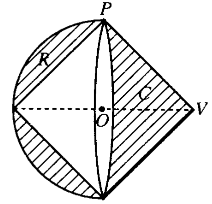
(a) කොටසේ රාමු සැකිල්ලෙහි ක්‍රියාත්මක වන බල පිළිබඳ බොහෝ අපේක්ෂකයන්ට සම්පූර්ණ අවබෝධයක් නොමැත. ජ්‍යාමිතිය නිවැරදිව යොදා නොගැනීමෙන් කෝණ ලබා ගැනීම අපහසු වී ඇත. පිළිතුරු සැපයීම පහසු කරන ස්වායත්ත සමීකරණ ලබා ගැනීමට අපොහොසත් වීම හේතුවෙන් මෙම කොටසට සාර්ථකව පිළිතුරු සැපයීමට නොහැකි වී ඇත. මෙහි පහසුතා දර්ශකය 42%කි.

(b) කොටසේ දී පිළිතුරු දීම (a) කොටසට සාපේක්ෂව සාර්ථක වී ඇත. ඇතැම් අපේක්ෂකයින් සමස්ත පද්ධතිය සඳහාම ප්‍රත්‍යාබල සටහන ඇඳ ඇත. ප්‍රශ්නයෙහි අසා ඇත්තේ A හා D සන්ධිවල ප්‍රත්‍යාබල සටහන් වුවත් ඒ වෙනුවට C හා E සන්ධි සඳහා ද ප්‍රත්‍යාබල සටහන ඇඳ ඇත. මෙයින් නිගමනය වන්නේ ප්‍රශ්නය හරිහැටි කියවා තේරුම් ගෙන නොමැති බවයි. මෙහි පහසුතා දර්ශකය 63%කි.

සන්ධියක් විසන්ධි කිරීමේදී බල ලකුණු කිරීම හා සමමිතියක් පවතී නම් ඒ අනුව සන්ධියක ප්‍රතික්‍රියාව ලකුණු කිරීම නිවැරදිව සිදු කිරීමට අවශ්‍ය දැනුම ලබා දිය යුතුය. අවශ්‍ය ජ්‍යාමිතික දැනුම වර්ධනය වන පරිදි සිසුන් අභ්‍යාසවල නිරත කරවීම සුදුසු වේ.

16. ආධාරකයේ අරය a හා උස h වූ ඒකාකාර ඝන කේතුවක හා අරය a වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රවල පිහිටුම්, **අනුකලනය** භාවිතයෙන් සොයන්න.

ස්කන්ධය M, අරය a හා කේන්ද්‍රය O වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයකින්, ආධාරකයේ අරය a හා උස a වූ C නම් ඍජු වෘත්ත කේතුව ඉවත් කිරීමෙන් ලැබෙන ඝන වස්තුව R යැයි ගනිමු. M ඇසුරෙන් R ඝන වස්තුවේ ස්කන්ධය, හා ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.



ඊළඟට රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට S සංයුක්ත වස්තුවක් සෑදෙන පරිදි C ඝන කේතුව R ඝන වස්තුවට සම්බන්ධ කරනු ලැබේ. මෙහි දී C හි ආධාරකයේ වෘත්තාකාර දාරය R හි ගැටියට දෘඪ ලෙස සම්බන්ධ කරනු ලබන්නේ ගැටියේ O කේන්ද්‍රය C හි ආධාරකයේ කේන්ද්‍රය සමග සම්පාත වන පරිදි ය.

S සංයුක්ත වස්තුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය G, එහි සමමිතික අක්ෂය මත, ආධාරකවල පොදු කේන්ද්‍රය වන O සිට $\dfrac{a}{8}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

(a) S සංයුක්ත වස්තුව, දාරයේ P ලක්ෂ්‍යයකින් නිදහස් ලෙස එල්ලනු ලැබේ.

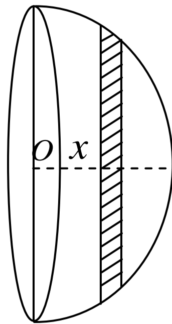
(i) සමමිතික අක්ෂය වන OV හි තිරසට ආනතිය සොයන්න; මෙහි V යනු C හි ශීර්ෂයයි.

(ii) සමමිතික අක්ෂය තිරස් ලෙස තබා ගැනීම සඳහා V ශීර්ෂයට ඇඳිය යුතු අංශුවේ m ස්කන්ධය, M ඇසුරෙන් සොයන්න.

(b) V හි දී සම්බන්ධ කරන ලද m ස්කන්ධය ද සහිත S සංයුක්ත වස්තුව, එල්ලන ලද ලක්ෂ්‍යයෙන් ඉවත් කර, එහි අර්ධගෝලීය පෘෂ්ඨය අවල සුමට තිරස් තලයක ඇතිව සමතුලිතව තබනු ලැබේ. OV අක්ෂය හා උඩු අත් සිරස අතර කෝණයේ අගය පරාසය සොයන්න.

අරය a වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලය

ස්ක්නධ කේන්ද්‍රය, සමමිතික අක්ෂය මත O කේන්ද්‍රයේ සිට $\bar{x}_1$ දුරකින් පිහිටයි.



$$\left(\frac{2}{3}\pi a^3\rho\right)\bar{x}_1 = \int_0^a x.\rho\pi\left(a^2 - x^2\right)dx \quad (5)$$

(5)

$$= \rho\pi\left[-\frac{\left(a^2 - x^2\right)^2}{4}\right]_0^a \quad (5)$$

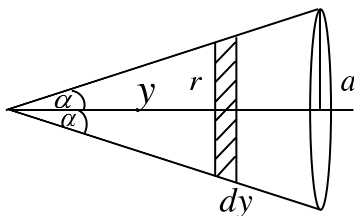
$$= \frac{\rho\pi a^4}{4} \quad (5)$$

$$\bar{x}_1 = \frac{3}{8}a \quad (5)$$

25

ආධාරක අරය a හා උස h වූ ඒකාකාර ඝන කේතුව

ස්ක්නධ කේන්ද්‍රය, සමමිතික අක්ෂය මත V ශීර්ෂයේ සිට y_1 දුරකින් පිහිටයි. මෙහි



$$\left(\frac{1}{3}\pi a^2\rho h\right)\bar{y}_1 = \int_0^h y.\rho\pi\left(\frac{ay}{h}\right)^2 dy \quad \left(\tan\alpha = \frac{a}{h},\ r = y\tan\alpha\right)$$

(5) (5) (5)

$$= \frac{\rho\pi a^2}{h^2}\left[\frac{y^4}{4}\right]_0^h \quad (5)$$

$$\Rightarrow \bar{y}_1 = \frac{3h}{4}. \quad (5)$$

ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට දුර $= \dfrac{1}{4}h$

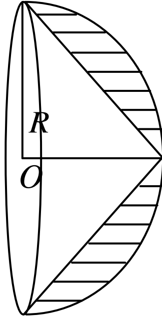
25

ඉතිරි වූ ඝන වස්තුව R

R ඝනයේ ස්කන්ධය $= \frac{2}{3}\pi a^3 \rho - \frac{1}{3}\pi a^2 . a\rho$ (5)

$= M - \frac{M}{2} = \frac{M}{2}$ (5)

O සිට R හි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට දුර $\bar{x}$



(5) (5)

$$\bar{x} = \frac{M\frac{3}{8}a - \frac{M}{2}\frac{a}{4}}{M/2} = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right)a = \frac{a}{2}$$ (5)

25

$OG \equiv \bar{\bar{x}}$ යැයි ගනිමු. මෙහි G යනු S සංයුක්ත වස්තුවෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය වේ.

$$M\bar{\bar{x}} = \frac{M}{2}\left(\frac{a}{2}\right) - \frac{M}{2}\left(\frac{a}{4}\right) \Rightarrow \bar{\bar{x}} = \frac{a}{8}$$ (5)

(5) (15)

25

---

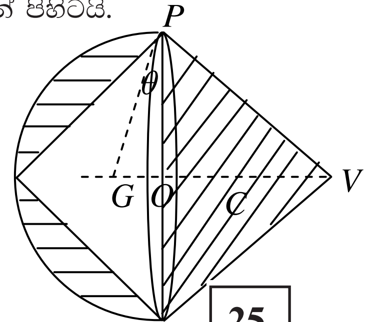
a) i) P ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලූ විට, G ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය P ට සිරස්ව පහළින් පිහිටයි.
PO හා සිරස අතර θ කෝණය

$\tan\theta = \frac{a/8}{a} = \frac{1}{8}$ මඟින් දෙනු ලැබේ. (10)

ii) OV තිරස්ව තැබීම සඳහා (P ට සිරස්ව පහළින් O පිහිටීමට)

(10)

$\overset{\curvearrowright}{O}$ $mg.\, a = Mg\left(\frac{a}{8}\right) \Rightarrow m = \frac{M}{8}$ (5)



25

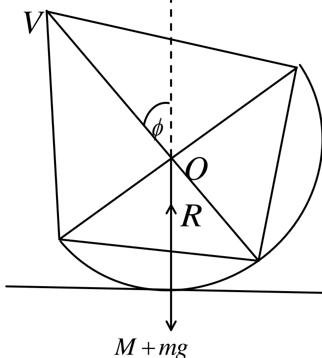
---

(10) (10)

b) $-\frac{\pi}{2} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ තුළ සියලු ϕ සඳහා

$R = (M+m)g$ වේ.

එහි OV අක්ෂය, සිරසට ඕනෑම සුළු කෝණයක් ආනතව නිශ්චලව තිබේ.

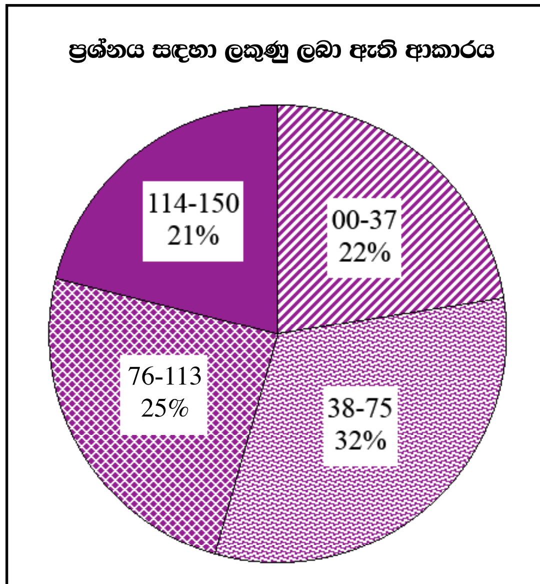


රූප සටහනට (5)

25

---

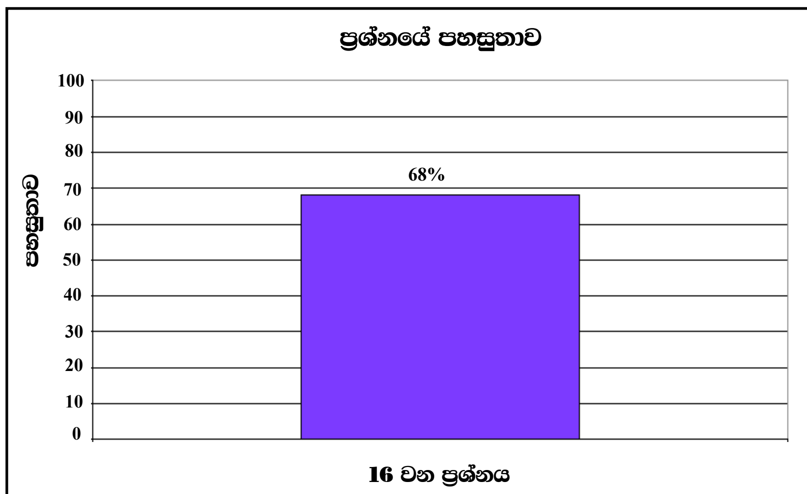
16 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 78%කි. මෙහි පහසුතා දර්ශකය 69% ක් වේ. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් හිමි වේ. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 22%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 32%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 25%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 21%ක් පමණ ද,

ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙම ප්‍රශ්නය අයදුම්කරුවන්ගෙන් 77%ක් පමණ තෝරාගෙන ඇති අතර එහි පහසුතාව 68%කි.

කොටස් හතකින් යුක්ත වන සේ ව්‍යුහගත කර ඇති මෙම ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීමේදී බොහෝ අපේක්ෂකයින් සිද්ධාන්ත මත පදනම් වූ මුල් කොටසට සාර්ථකව පිළිතුරු සපයා තිබුණි. නමුත් මෙහිදී ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය හා ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය අතර වෙනස අයදුම්කරුවන් නොදන්නා බව පෙනේ.

m අංශුවේ ස්කන්ධය *M* ඇසුරින් ලබාගෙන නොමැති වීමෙන් සමහර අපේක්ෂකයින් පිළිතුරු සැපයීම සංකීර්ණ කරගෙන ඇත. සංයුක්ත වස්තුව *P* ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලීමෙන් ලැබෙන නිවැරදි රූපසටහන පිළිබඳ අවබෝධයක් නොතිබීමෙන් පිළිතුරු ලබා ගැනීම දෝෂ සහිත වී ඇත.

අචල සුමට තලයක් මත තබා ඇති සංයුක්ත වස්තුව මත ක්‍රියාකරන බල නිවැරදි ලෙස ලකුණු නොකිරීමෙන් සමහර අපේක්ෂකයන්ට විසඳුම ලබා ගැනීම අපහසු වී තිබිණි.

සංයුක්ත වස්තුවල ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය ලබා ගැනීම සඳහා නිවැරදි සූත්‍ර භාවිතයට හුරු කිරීමටත් සම්මත වස්තුවල පෘෂ්ඨීක වර්ගඵල/ පරිමා සඳහා වන සූත්‍ර පිළිබඳ දැනුම ලබා දීමත්, තලයක් මත සමතුලිතතාවේ පවතින වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන බල නිවැරදිව ලකුණු කිරීමටත් අවශ්‍ය දැනුම වර්ධනය වන සේ සිසුන්ට පරිචයක් ලබා දිය යුතුය.

17 වන ප්‍රශ්නය

17. (*a*) මිනිසෙක්, යතුරු පැදිය, පා පැදිය හෝ පයින් යන ගමන් ක්‍රම තුනෙන් එකක් පමණක් යොදා ගනිමින්, නිශ්චිත මාර්ගයක් දිගේ අනතුරු සහිත ගමනක් යයි.

මිනිසා මෙම ගමනාගමන ක්‍රම යොදා ගැනීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙළින් $p, 2p$ හා $3p$ වේ නම්, p හි අගය සොයන්න.

ඔහු මෙම ගමනාගමන ක්‍රම යොදා ගැනීමේ දී අනතුරක් සිදු වීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙළින් $\frac{1}{5}, \frac{1}{10}$ සහ $\frac{1}{20}$ වේ නම්, තනි ගමනක දී අනතුරක් සිදු වීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

ගමන අතරතුරේ දී මිනිසාට අනතුරක් සිදු වී ඇති බව දන්නේ නම්, මිනිසා ගමන් කරමින් සිටියේ,

(i) යතුරු පැදියෙන්, (ii) පා පැදියෙන්, (iii) පයින්

වීමේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්න.

වඩාත් ආරක්ෂිත වූයේ කුමන ගමනාගමන ක්‍රමය ද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

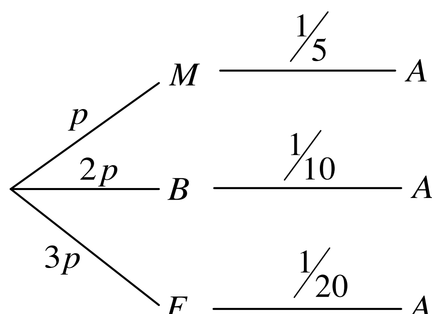
(*b*) කාර්මික විද්‍යාල සිසුන් 100 ක කණ්ඩායමක් මහා මාර්ගයක එක්තරා කොටසක් මනින ලද අතර, ඔවුන්ගේ මිනුම් පහත සඳහන් සංඛ්‍යාත වගුවේ දක්වා ඇත.

දිග (මීටර) x	99.8	99.9	100.0	100.1	100.2	100.3	100.4
සංඛ්‍යාතය f	5	7	12	33	25	15	3

උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය $\bar{x}_a = 100.1$ හා $d = 0.1$ සඳහා, $y = \frac{x - \bar{x}_a}{d}$ පරිණාමනය භාවිතයෙන්, අනුරූප y හා y^2 අගයන් ඇතුළත් කෙරෙන පරිදි ඉහත වගුව විස්තීරණය කරන්න. y හි මධ්‍යන්‍යය සොයා, **ඒනයින්** x හි මධ්‍යන්‍යය 100.123 බව පෙන්වන්න.

$\sqrt{1.917} \approx 1.385$ බව ගනිමින්, සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමනය, ආසන්න වශයෙන් දශමස්ථාන තුනකට නිවැරදි ව, ගණනය කරන්න.

(a) M = යතුරු පැදියෙන් ගමන යෑම
B = පා පැදියෙන් ගමන යෑම
F = පා ගමනින් යෑම
A = අනතුරක් වීම



M, B හා F සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර හා නිරවශේෂ බැවින්,

$P(M) + P(B) + P(F) = 1$ (5)

$\Rightarrow p + 2p + 3p = 1$ එනම් $p = \frac{1}{6}$ (5) **10**

දැන්,

$$P(A)=P(M\cap A)+P(B\cap A)+P(F\cap A) \quad (5)$$
$$=P(A|M)\cdot P(M)+P(A|B).P(B)+P(A|F).P(F) \quad (5)$$
$$=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5}+\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{10}+\frac{3}{6}\cdot\frac{1}{20} \quad (15)$$
$$=\frac{1}{30}+\frac{1}{30}+\frac{1}{40}=\frac{4+4+3}{120}=\frac{11}{120}. \quad (5)$$

30

(i) $P(M|A)=\frac{P(M\cap A)}{P(A)}=\frac{1/30}{11/120}=\frac{4}{11}$ (5)

(5)

(ii) $P(B|A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{1/30}{11/120}=\frac{4}{11}$ (5)

(iii) $P(F|A)=\frac{P(F\cap A)}{P(A)}=\frac{1/40}{11/120}=\frac{3}{11}$ (5)

අනතුරක් සිදුවීමේ අඩුතම සම්භාවිතාව, මිනිසා පා ගමනින් යන විටදී ය. ඒ අනික් සම්භාවිතා ඊට වඩා වැඩි බැවිනි. (5)

$\therefore$ ආරක්ෂිතම ගමනාගමන ක්‍රමය පා ගමනයි. (5)

30

---

b) x = මහා මාර්ග කොටසේ දිග, මීටරවලින්,

x	99.8	99.9	100.0	100.1	100.2	100.3	100.4
සංඛ්‍යාතය f	5	5	7	33	25	15	3

පරිණාමනය :

$$y=\frac{x-\bar{x}_a}{d}=\frac{x-100.1}{0.1} \quad (5)$$

විස්තෘත වගුව :

y	-3	-2	-1	0	1	2	3	(10)
y^2	9	4	1	0	1	4	9	(5)

$\sum fy = -15-14-12+0+25+30+9 = -41+64 = 23$ (5)

y හි මධ්‍යන්‍යය :

$\bar{y} = \frac{1}{100}\sum fy = 0.23$ (5)

$x = \bar{x}_a + dy \Rightarrow \bar{x} = \bar{x}_a + d\bar{y}$ (5)

$\therefore$ x හි මධ්‍යන්‍යය : $\bar{x} = 100.1 + (0.1)0.23 = 100.123$ (5)

40

---

y හි විචලතාව,

$S_y{}^2 = \frac{1}{100}\sum fy^2 - \bar{y}^2$ (5) හා

$\sum fy^2 = 45+28+12+0+25+60+27 = 85+85+27 = 197$ (5)

$\frac{1}{100}\sum fy^2 = 1.97,$ (5) $\bar{y}^2 = (0.23)^2 = 0.0529$ (5)

$\therefore$ y හි විචලතාව $= 1.97 - 0.0529 = 1.917$ (5)

ඒකජ සම්බන්ධය : $x = dy + \bar{x}_a$

$Var(X) = d^2 Var(Y),\ d = 0.1$

$S_x{}^2 = d^2 S_y{}^2$ (5)

$\therefore Var(X) = (0.1)^2 1.917$

$Var(X)$ හි වර්ග මූල ගැනීමෙන්

x හි සම්මත අපගමනය = $S_x = (0.1)\sqrt{1.917}$ (5)

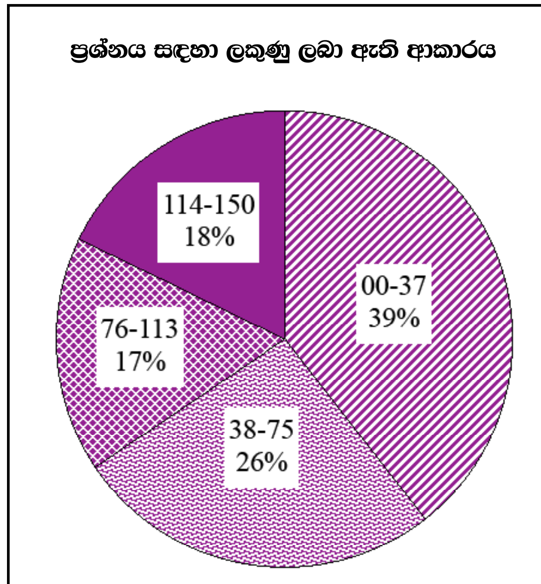
$S_x = 0.1385$; $(\because \sqrt{1.917} \approx 1.385)$

x හි සම්මත අපගමනය $0.1385m \approx 0.139m.$ (5)

40

---

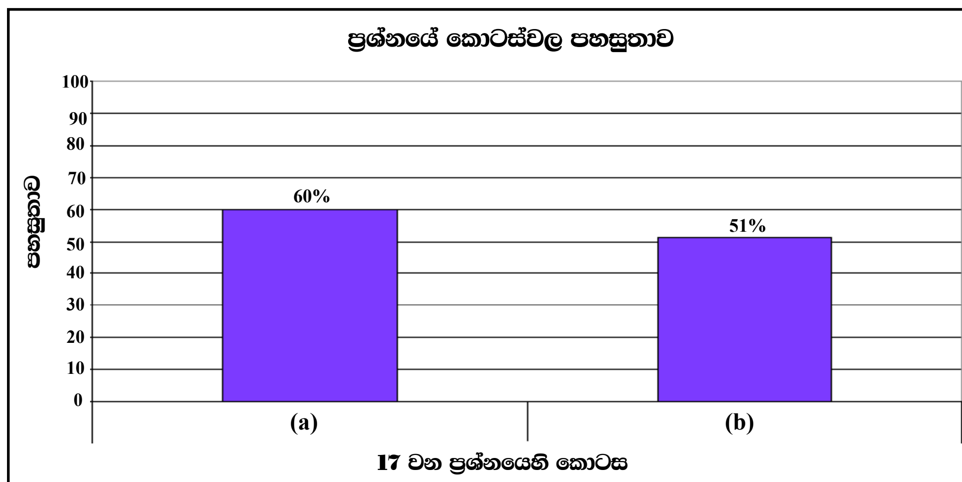
17 වන ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම පිළිබඳ නිරීක්ෂණ, නිගමන හා යෝජනා :



මෙම ප්‍රශ්නය තෝරාගෙන ඇති අයදුම්කරුවන්ගේ ප්‍රතිශතය 56%කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා පහසුතාව 58% කි. මෙම ප්‍රශ්නය සඳහා ලකුණු 150 ක් හිමි වේ. ඉන්

ලකුණු 00 - 37 ප්‍රාන්තරයේ 39%ක් පමණ ද,
ලකුණු 38 - 75 ප්‍රාන්තරයේ 26%ක් පමණ ද,
ලකුණු 76 - 113 ප්‍රාන්තරයේ 17%ක් පමණ ද,
ලකුණු 114 - 150 ප්‍රාන්තරයේ 18%ක් පමණ ද,

ලකුණු ලබාගෙන ඇත.



මෙහි ප්‍රධාන කොටස් දෙකකි. (a) කොටසේ පහසුතාව 60%ක් වන අතර (b) කොටසේ පහසුතාව 51%කි. සමස්ත පහසුතාව 58%කි.

මෙම ප්‍රශ්නය එකිනෙකින් ස්වායත්ත කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ. ඉන් (a) කොටසට සම්භාවිතාව ද (b) කොටසට සංඛ්‍යානය ද පදනම් වේ.

(a) කොටසෙහිදී සමහර සිසුන් p හි අගය නිවැරදිව ගණනය කර නැත. එයට හේතුව ලෙස දැක්වීමට හැක්කේ අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර, නිරවශේෂ සිද්ධි පිළිබඳ නිවැරදි අවබෝධයක් නැති බවයි. p නිවැරදිව සොයා ගත්තත් මුළු සම්භාවිතාව පිළිබඳ ප්‍රමේය නොදන්නාකමින්, අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව පිළිබඳ සංකල්පය යොදා ගැනීමට නොහැකි වී ඇත. (a) කොටසේ පහසුතා දර්ශකය 48%කි.

(b) කොටසෙහි සංඛ්‍යානය පිළිබඳ දැනුම භාවිතයෙන් හා දී ඇති පරිනාමණය යොදා ගැනීමෙන් වගුව නිවැරදිව සම්පූර්ණ කර ඇත. වගුව නිවැරදිව භාවිත කිරීමෙන් $\overline{y}$ ද සොයා ගෙන ඇත. නමුත් සමහර අයදුම්කරුවන්ට $\overline{x}$ හා $\overline{y}$ අතර නිවැරදි සම්බන්ධතාව ලබා ගැනීමට නොහැකි වීම නිසා $\overline{x}$ සොයා ගැනීමට අපහසු වී ඇත. x හා y හි විචලතා සම්බන්ධ වන $s_x{}^2 = d^2 s_y{}^2$ යන සූත්‍රය ගොඩ නගා ගැනීමට නොහැකි වීම නිසා x හි සම්මත අපගමනය සොයා ගැනීම අපහසු වී ඇත. (b) කොටසෙහි පහසුතාව 51%කි.

මෙම ප්‍රශ්නය පහසුවෙන් ලකුණු ලබා ගත හැකි ප්‍රශ්නයක් වුවත් සංඛ්‍යානය හා සම්භාවිතාව පිළිබඳ මූලික මූලධර්ම පිළිබඳ අවබෝධය මඳි වීම නිසා වැඩි අයදුම්කරුවන් පිරිසකට සාර්ථකව විසඳුම් සැපයීමට නොහැකි වී ඇත.

සම්භාවිතාව හා විස්තරාත්මක සංඛ්‍යානය පිළිබඳ මූලික සිද්ධාන්ත වර්ධනය වන සේ ව්‍යුහගත කරන ලද සුදුසු අභ්‍යාසවල සිසුන් නිරත කරවීම අවශ්‍ය වේ.

III කොටස

3.0 පිළිතුරු සැපයීමේ දී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු හා යෝජනා :

3.1. පිළිතුරු සැපයීමේ දී සැලකිලිමත් විය යුතු කරුණු :

පොදු උපදෙස් :

- ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ඇති මූලික උපදෙස් කියවා හොඳින් තේරුම් ගත යුතුය. එනම් එක් එක් කොටසින් කොපමණ ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාවකට පිළිතුරු සැපයිය යුතු ද කුමන ප්‍රශ්න අනිවාර්ය වේ ද කොපමණ ලකුණු ලැබේ ද කොපමණ කාලයක් ලැබේ ද යන කරුණු පිළිබඳව සැලකිලිමත් විය යුතු අතර, ප්‍රශ්න හොඳින් කියවා පිළිතුරු ඉදිරිපත් කිරීමට බලාපොරොත්තු වන ප්‍රශ්න පිළිබඳව නිරවුල් අවබෝධයක් ඇති කර ගෙන පිළිතුරු ලිවිය යුතුය.

- I පත්‍රයේත් II පත්‍රයේත් A කොටසෙහි සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

- I පත්‍රයේත් II පත්‍රයේත් B කොටසෙහි ප්‍රශ්න 07න් තෝරා ගත් ප්‍රශ්න 05කට පිළිතුරු සැපයිය යුතුය.

- සෑම ප්‍රධාන ප්‍රශ්නයක්ම අලුත් පිටුවකින් ආරම්භ කළ යුතුය.

- අයදුම්කරුගේ විභාග අංකය සෑම පිටුවකම අදාළ ස්ථානයේ ලිවිය යුතුය.

- ප්‍රශ්න අංක හා අනුකොටස් අංක නිවැරදිව ලිවිය යුතුය.

- සියලුම ප්‍රශ්න හොඳින් කියවා පිළිතුරු ලිවිය යුතුය. ප්‍රශ්න යටතේ දී ඇති තොරතුරුත්, ලබා ගත යුතු පිළිතුරු හෝ සාධනය කළ යුතු ප්‍රතිඵල කවරේ ද යන්නත් පැහැදිලිව අවබෝධ කර ගත යුතුය.

- ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයීමේදී දී ඇති කාලය නිසි පරිදි කළමනාකරණය කර ගැනීමට වග බලා ගත යුතුය.

- පැහැදිලි අත් අකුරින් පිළිතුරු සැපයිය යුතුය. පිළිතුරු ලිවීමේදී නිල් පාට හෝ කළු පාට පෑන් පමණක් භාවිත කළ යුතුය. අනෙකුත් පාට පෑන් භාවිත කිරීමෙන් වැළකිය යුතුය.

විශේෂ උපදෙස් :

- රූප සටහන් ඇඳිය යුතු අවස්ථාවලදී ඒවා ඉතා පැහැදිලිව ඇඳ නම් කළ යුතුය. මෙහිදී රේඛාවල දිග හා කෝණවල විශාලත්ව සන්සන්දනාත්මකව නිවැරදි රූපය හා අනුරූප වන සේ දැක්වීම අවශ්‍ය වේ. රූපසටහන්වල නිරවද්‍යතාව, සම්බන්ධතා දැකීමටත් ඒ ඇසුරින් පහසුවෙන් පිළිතුරු කරා එළඹීමටත් මහෝපකාරී වෙයි. රූප සටහන්වල තොරතුරු ඇතුළත් කිරීමේදී ද නිරවද්‍යතාව කෙරෙහි වැඩි අවධානයක් යොමු කිරීම අත්‍යවශ්‍ය වේ. (නිදසුන : බල ලකුණු කිරීම)

- ගණනය කිරීම්වලදී එක් එක් පියවර පැහැදිලිව සඳහන් කළ යුතු අතර, අවශ්‍ය ස්ථානවලදී පියවර අතර සම්බන්ධය දැක්වෙන සමාන ලකුණු හෝ වෙනත් අදාළ සංකේත හෝ ලියා දැක්වීමට සැලකිලිමත් විය යුතුය. එක් පියවරක හෝ පිටුවක හෝ ඇති ප්‍රකාශන හා සමීකරණ ඊළඟ පියවරට හෝ පිටුවට පිටපත් කිරීමේදී ඒවායේ නිරවද්‍යතාව පිළිබඳව ඉතා සැලකිලිමත් විය යුතුය.

- අවශ්‍ය ස්ථානවලදී නිවැරදිව ඒකක භාවිත කළ යුතුය. අවශ්‍ය අවස්ථාවලදී නිවැරදි ඒකක පරිවර්තනය පිළිබඳව ද සැලකිලිමත් විය යුතුය.

- ★ ප්‍රස්තාර ඇඳීමේදී X හා Y අක්ෂ නිවැරදිව නම් කර පරිමාණගත කළ යුතු අතර, අවශ්‍ය අවස්ථාවල ඒකක ද සඳහන් කළ යුතුය.

- ★ මූලික සමානුපාත පිළිබඳ සංකල්ප නැවත පරිශීලනය කළ යුතුය.

- ★ මූලික ජ්‍යාමිතිය පිළිබඳ දැනුම සහ අවබෝධය ඉතා වැදගත් වේ.

  නිදසුන්: (1) සමාන්තරාස්‍රයක ලක්ෂණ
  (2) රොම්බසයක ලක්ෂණ
  (3) සවිධි ෂඩස්‍රයක / බහු අස්‍රයක ලක්ෂණ
  (4) ත්‍රිකෝණ ආශ්‍රිත විවිධ ප්‍රමේය
  (5) සමරූපී ත්‍රිකෝණ
  (6) වෘත්ත ආශ්‍රිත ප්‍රමේය
  (7) සමමිති ගුණ

- ★ සාධකවලට බිඳිය හැකි වර්ගජ ප්‍රකාශන එකවරම සාධකවලට වෙන්කර ගැනීමේ හැකියාව ප්‍රගුණ කළ යුතුය.

- ★ දෛශික නිරූපණයේදී නිවැරදි සංකේත භාවිත කිරීමට සැලකිලිමත් විය යුතුය.

- ★ "එනයින් ලබා ගන්න", "අපෝහනය කරන්න", "සත්‍යාපනය කරන්න", "ව්‍යුත්පන්න කරන්න" වැනි යෙදුම් කෙරෙහි සැලකිලිමත් විය යුතු අතර, ඒ අනුව පිළිතුර කරා එළඹීමට වග බලා ගත යුතුය. 'එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ' යනුවෙන් සඳහන් අවස්ථාවලදී බහුල වශයෙන්ම පෙර ලබා ගත් ප්‍රතිඵලය භාවිත කර ඊට පසු ප්‍රතිඵලය ලබා ගැනීම වඩාත් පහසු වේ.

- ★ දී ඇති තොරතුරු භාවිතයෙන් නිගමනයකට එළඹිය යුතු අවස්ථාවලදී විලෝම ක්‍රියාවලිය ඉදිරිපත් කිරීම ලකුණු අහිමිවීමට හෝ අඩුවීමට හේතු වේ. එබැවින් ප්‍රශ්නය මගින් අපේක්ෂිත ආකාරයට පිළිතුර ඉදිරිපත් කළ යුතුය. එහෙත් "නම් ම පමණක්" හෝ "ම නම් පමණක්" සත්‍ය බව සාධනය කළ යුතු අවස්ථාවලදී විලෝම වශයෙන් ද ප්‍රතිඵලය ලැබෙන බව සනාථ වන පරිදි පිළිතුරු ඉදිරිපත් කළ යුතු වේ.

- ★ සෑම විටෙකදීම අවසාන පිළිතුර සරලම ආකාරයෙන් දැක්වීමට අවධානය යොමු කළ යුතුය. අවසාන පිළිතුර, ප්‍රශ්නයෙහි අසා ඇති ආකාරය අනුව පැහැදිලිව දැක්විය යුතුය.

- ★ අයදුම්කරුවන් තම ඉලක්කම්, සංකේත සහ අදහස් පැහැදිලිවත් නිවැරදිවත් ලියා දැක්වීමට අවධානය යොමු කළ යුතුය.

- ★ පිළිතුර කරා එළඹීමට අවශ්‍ය සුළු කිරීම් (සංඛ්‍යාමය, වීජීය හෝ ත්‍රිකෝණමිතික) කටුවැඩ ලෙස සැලකුව ද පිළිතුර සමඟම පසෙකින් ඉදිරිපත් කරන්න.

- ★ පිළිතුර සම්පූර්ණ කිරීමට නොහැකි අවස්ථාවලදී වුව ද ප්‍රශ්නයට පිළිතුර ලබා ගැනීමට අදාළ ඉදිරි පියවර ලියා දැක්වීම බොහෝවිට ඵලදායි විය හැකිය.

- ★ ප්‍රශ්නයක අග කොටස්වල පවා මුල් කොටස්වලින් ස්වාධීන වූ පහසු කොටස් තිබිය හැකි බැවින් ප්‍රශ්නයක මුල් කොටස අපහසු වුව ද ප්‍රශ්නය අත්හැර නොයා ඉතිරි කොටස් පිළිබඳව ද අවධානය යොමු කිරීම වැදගත් වේ.

- ★ සමහර විටෙක යම් අනුකොටසක් සාධනය නොකළ ද එම ප්‍රතිඵල අවශ්‍ය නම් යෙදීමෙන් ඉදිරි අනුකොටසක් සඳහා පිළිතුරු ඉදිරිපත් කළ හැකිය.

3.2. ඉගෙනුම් හා ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය පිළිබඳ අදහස් හා යෝජනා :

- ⋆ විෂය නිර්දේශයෙහි අන්තර්ගත විෂය සන්ධාරය, අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් සම්බන්ධ වන බැවින්, තෝරා ගත් විෂය කොටස් වෙනුවට සමස්ත විෂය නිර්දේශයම ආවරණය වන පරිදි ඉගෙනුම සම්පූර්ණ වීම ඉතා වැදගත් වේ.

- ⋆ විෂය නිර්දේශ, ගුරු මාර්ගෝපදේශ සංග්‍රහ හා බාහිර සම්පත් මූලාශ්‍ර පිළිබඳව ගුරුභවතුන් මෙන්ම සිසුන් ද දැනුවත්වීම හා භාවිතය අවශ්‍ය ය.

- ⋆ පාරිභාෂික පද (technical terms), නම්, ම නම් ආදී පද පිළිබඳව අයදුම්කරුවන් දැනුවත් කිරීම වැදගත් වේ.

- ⋆ තම විෂය දැනුම යාවත්කාලීන කර ගැනීමට හා සංවර්ධනය කර ගැනීමට ගුරුභවතුන් වග බලා ගත යුතුය.

- ⋆ සංයුක්ත ගණිතය වැනි විෂයයක් ඉගෙනීම විභාග කේන්ද්‍රීය නොවිය යුතු වුවත්, විභාගයේදී භාවිත කරනු ලබන ප්‍රශ්න පත්‍රවලින් ඉහළ ලකුණු ලැබීමට නම් මූලාකෘති ප්‍රශ්න මෙන්ම පෙර වර්ෂවල ප්‍රශ්න පත්‍ර හා ලකුණු දීමේ පටිපාටි පරිශීලනය කර, එක් එක් ප්‍රශ්නයට උපරිම ලකුණු හිමිවන පරිදි වඩාත් සාර්ථකව පිළිතුරු සැපයිය යුත්තේ කෙසේ දැයි යන්න පිළිබඳව සිසුන් මනා අවබෝධයක් ලබා ගත යුතුය. මේ සඳහා සිසුනට මඟ පෙන්වීම ද ගුරු භවතුන්ගේ වගකීමක් ලෙස සැලකිය යුතුය.

- ⋆ වගු අංක 4ට අනුව, 21-30 ප්‍රාන්තරය තුළ ලකුණු ලබාගත් අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව 5636ක් වන අතර එය මුළු අයදුම්කරුවන්ගෙන් 16.48%ක් නියෝජනය කරයි. සෑම වසරකම පාහේ මෙම ලකුණු ප්‍රාන්තරය තුළ ලකුණු ලබා ඇති අයදුම්කරුවන් සංඛ්‍යාව මීට ආසන්න අගයක් ගනියි. එබැවින් ඉදිරි විභාගවලදී මෙම අයදුම්කරුවන්ගෙන් වැඩි දෙනකු 31-40 ප්‍රාන්තරය තුළට හෝ ඊට ඉහළ ලකුණු මට්ටමකට ගෙන ඒම සඳහා, ඔවුන් හඳුනාගෙන, විශේෂයෙන් එම අයදුම්කරුවන් ඉලක්ක කර,

  (i) අදාළ මූලධර්ම හා මූලික සිද්ධාන්ත පදනම් කර ගනිමින් සරල මට්ටමේ සිට ක්‍රමයෙන් සංකීර්ණ මට්ටම කරා පිවිසෙන විධිමත් අභ්‍යාස මාලාවක් කරා යොමු කිරීමත්,

  (ii) ස්වයං අධ්‍යයනය තුළින් තම දැනුම හා භාවිත කුසලතා වර්ධනය කර ගැනීමට යොමු කිරීමත්

  පන්ති කාමර ඉගෙනුම් ක්‍රියාවලිය ආශ්‍රිතව ක්‍රියාත්මක කිරීම ඉතා ඵලදායී වනු ඇත.

- ⋆ විශේෂයෙන් සංයුක්ත ගණිතය සඳහා ස්වයං අධ්‍යයනය ඉතා වැදගත් බවට ඔවුන් දැනුවත් කරන්න. ආරම්භයේදී අවශ්‍ය මඟ පෙන්වීමත් සමඟ විභාගයට සැපයෙන මට්ටමේ ප්‍රශ්නවලට නිවැරදිව පිළිතුරු සැපයීමට ඔවුන් යොමු කරන්න.